Fiche méthode 18 :
Transmission d'un signal électrique le long d'une ligne de transmission sans perte

❖ Comment savoir si on doit tenir compte des phénomènes de propagation ?

Les phénomènes de propagation d'une onde électromagnétique doivent-être pris en compte dans l'étude d'un système (guide d'onde) si la longueur d'onde λ de cette onde EM est proche ou inférieure de la longueur L du système.

$\lambda \sim L$ ou $\lambda < L \Leftrightarrow$ phénomènes de propagation à prendre en compte

❖ Célérité de l'onde TEM dans un milieu autre que le vide :

On démontre que la célérité de l'onde TEM dans une ligne de transmission, a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{1}{L_l C_l}}$$

v : célérité de l'onde TEM dans la ligne, en m/s
C_l : capacité linéique de la ligne, en farad par mètre (F/m)
L_l : inductance linéique de la ligne, en henry par mètre (H/m)

❖ Impédance caractéristique :

L'impédance caractéristique de la ligne Z_C a pour expression :

$$Z_C = \sqrt{\frac{L_l}{C_l}}$$

Z_C : impédance caractéristique de la ligne, dont l'unité est l'ohm
C_l : capacité linéique de la ligne, en farad par mètre (F/m)
L_l : inductance linéique de la ligne, en henry par mètre (H/m)

❖ Coefficient de réflexion en amplitude (ou tension) $\rho(L)$ en $x = L$:

Première méthode : l'énoncé donne les impédances de la ligne et en bout de ligne

Le coefficient de réflexion ρ en tension, en $x = L$ a pour formule :

$$\rho(L) = \frac{Z_u - Z_C}{Z_u + Z_C} \quad avec \quad -1 \leq \rho(L) \leq 1$$

$\rho(L)$: coefficient de réflexion en amplitude en bout de ligne, sans unité.
Z_u : valeur de l'impédance de charge en bout de ligne, en ohm.
Z_C : valeur de l'impédance caractéristique de la ligne, en ohm.

On utilise parfois cette relation, mais tournée ainsi :

$$Z_u = Z_C \times \frac{1 + \rho(L)}{1 - \rho(L)}$$

Deuxième méthode : l'énoncé donne une représentation temporelle du signal en début de ligne

On détermine le coefficient de réflexion en bout de ligne :

$$\rho(L) = \frac{X_{reflechie}}{X_{émise}}$$

$X_{émis}$: amplitude/hauteur **algébrique** de l'onde incidente (émise)
$X_{reflechie}$: amplitude/hauteur **algébrique** de l'onde réfléchie

❖ **Trois cas extrêmes, importants :**

Bout de ligne en court-circuit	Bout de ligne en circuit ouvert	Ligne adaptée
$Z_u = 0\,\Omega$	$Z_u \to +\infty$	$Z_u = Z_C$
$\rho(L) = \frac{0 - Z_C}{0 + Z_C} = -1$	$\rho(L) = \frac{Z_u - Z_C}{Z_u + Z_C} \sim \frac{Z_u}{Z_u} \sim +1$	$\rho(L) = \frac{Z_u - Z_u}{Z_u + Z_u} = 0$
L'onde réfléchie a la même amplitude/hauteur que l'onde incidente. Elles sont de signe opposé (ou en opposition de phase).	L'onde réfléchie a la même amplitude/hauteur que l'onde incidente. Elles sont de même signe (ou en phase).	L'onde réfléchie n'existe pas. **Adaptation d'impédance ou ligne adaptée**
La ligne est soumise à des ondes stationnaires.	La ligne est soumise à des ondes stationnaires.	C'est la situation idéale pour les transmissions de signaux : l'onde est progressive
$TOS = \frac{1 + \lvert\rho(L)\rvert}{1 - \lvert\rho(L)\rvert} = \frac{1+1}{1-1} \to \infty$	$TOS = \frac{1 + \lvert\rho(L)\rvert}{1 - \lvert\rho(L)\rvert} = \frac{1+1}{1-1} \to \infty$	$TOS = \frac{1+0}{1-0} = 1$

❖ **Défaut sur la ligne : important pour les exercices**

$-1 \le \rho(x) < 0 \Leftrightarrow$ Défaut de type court-circuit
Les deux parties métalliques de la ligne sont en contact, au point x

$0 < \rho(x) \le 1 \Leftrightarrow$ Défaut de type circuit ouvert
La ligne de transmission est sectionnée, au point x

❖ **Ondes stationnaires et modes propres de la ligne :**

Pour des ondes stationnaires, l'amplitude de l'onde le long de la ligne évolue entre des minimas nuls appelés *nœuds* et des maximas appelés *ventres.*
2 nœuds successifs ou 2 ventres successifs sont distants de $\frac{\lambda}{2}$: ils encadrent un fuseau (ou demi-motif).

Si la fréquence f du signal d'entrée est un multiple entier (noté n) de la fréquence propre de la ligne $f_1 = \frac{v}{2L}$, on observe une onde stationnaire nommée « mode propre de rang n ».
n correspond aussi au nombre de fuseau(x) (ou demi-motif) observé(s) sur la représentation spatiale de l'onde.

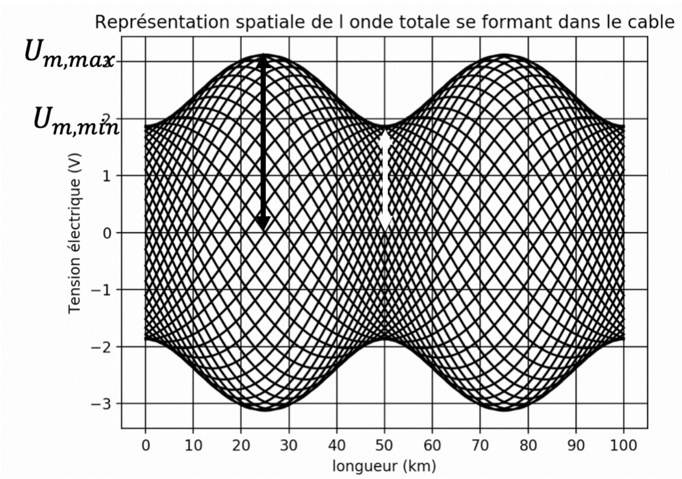
Si la fréquence f du signal d'entrée n'est pas un multiple entier (noté n) de la fréquence propre de la ligne $f_1 = \frac{v}{2L}$, on observe une onde stationnaire quelconque.
Le nombre de fuseau(x) (ou demi-motif) observé(s) sur la représentation spatiale de l'onde n'est plus un entier.

Si $\rho(L) = -1$ et si la fréquence f du signal d'entrée est telle que $f = n\, f_1$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, les deux extrémités de la ligne sont des nœuds.
Si $\rho(L) = +1$ et si la fréquence f du signal d'entrée est telle que $f = n\, f_1$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, les deux extrémités de la ligne sont des ventres.

❖ Taux d'ondes stationnaires :

Le TOS mesure le défaut d'adaptation d'impédance.

Première méthode pour déterminer le TOS :



Si la ligne n'est pas adaptée, il y a donc dégradation de la transmission du signal. Le taux d'onde stationnaire (TOS) quantifie cette dégradation :

$$TOS = \frac{U_{m,max}}{U_{m,min}}$$

TOS : taux d'onde stationnaire, sans unité
$U_{m,max}$: valeur maximale de l'amplitude de l'onde.
$U_{m,min}$: valeur minimale de l'amplitude de l'onde.

Deuxième méthode pour déterminer le TOS :

On peut déterminer le taux d'onde stationnaire (TOS) grâce à la formule suivante :

$$TOS = \frac{1 + |\rho(L)|}{1 - |\rho(L)|} \Leftrightarrow |\rho(L)| = \frac{TOS - 1}{TOS + 1}$$

❖ Défaut sur la ligne : important pour les exercices

$$-1 \le \rho(x) < 0 \Leftrightarrow \text{Défaut de type court-circuit}$$

Les deux parties métalliques de la ligne sont en contact, au point x

$$0 < \rho(x) \le 1 \Leftrightarrow \text{Défaut de type circuit ouvert}$$

La ligne de transmission est sectionnée, au point x