

Fiche méthode 17 :
Formes canoniques pour les filtres usuels

❖ **Filtres d'ordre 1 :**

| Type de filtre | Forme canonique de l'équation différentielle | Forme canonique de la transmittance isochrone complexe |
|----------------------------|--|---|
| Passe-bas d'ordre 1 | $\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = H_0 \frac{e}{\tau}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\omega\tau}$ |
| | $\frac{ds}{dt} + \omega_c \times s = H_0 \times \omega_c \times e$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ |

avec ω_c : pulsation de coupure à $-3dB$, dépendant des paramètres du système (en rad/s).

H_0 : amplification statique, dépendant des paramètres du système (sans unité).

τ : constante de temps, dépendant des paramètres du système (en seconde)

| Type de filtre | Forme canonique de l'équation différentielle | Forme canonique de la transmittance isochrone complexe |
|-----------------------------|--|--|
| Passe-haut d'ordre 1 | $\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = H_0 \times \frac{de}{dt}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$ |
| | $\frac{ds}{dt} + \omega_c \times s = H_0 \times \frac{de}{dt}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ |

avec ω_c : pulsation de coupure à $-3dB$, dépendant des paramètres du système (en rad/s).

τ : constante de temps, dépendant des paramètres du système (en seconde).

H_0 : amplification pour les hautes fréquences (sans unité).

❖ **Filtres d'ordre 2 :**

| Type de filtre | Forme canonique de l'équation différentielle | Forme canonique de la transmittance isochrone complexe |
|---------------------|--|--|
| Passe-bas d'ordre 2 | $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$ |
| | $\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2m \frac{\omega}{\omega_0}}$ |

avec H_0 : amplification statique, sans unité

ω_0 : pulsation propre du système, en rad/s

Q : facteur de qualité du système, sans unité.

m : coefficient d'amortissement du système étudié (sans unité)

| Type de filtre | Forme canonique de l'équation différentielle | Forme canonique de la transmittance isochrone complexe |
|----------------------|--|---|
| Passe-haut d'ordre 2 | $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \frac{d^2e}{dt^2}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$ |
| | $\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \frac{d^2e}{dt^2}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2m \frac{\omega}{\omega_0}}$ |

avec H_0 , amplification à haute fréquence (sans unité).

ω_0 : pulsation propre du système, en rad/s

Q : facteur de qualité du système, sans unité.

m : coefficient d'amortissement du système étudié (sans unité)

| Type de filtre | Forme canonique de l'équation différentielle | Forme canonique de la transmittance isochrone complexe |
|-----------------------|--|--|
| Passe-bande d'ordre 2 | $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \frac{\omega_0}{Q} \frac{de}{dt}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$ |
| | $\begin{aligned} \frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s \\ = H_0 \times 2m\omega_0 \frac{de}{dt} \end{aligned}$ | $\underline{H}(j\omega) = \frac{j2m \frac{\omega}{\omega_0} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2m \frac{\omega}{\omega_0}}$ |

avec ω_0 : pulsation propre, dépendant des paramètres du système (en rad/s).

H_0 : amplification à la résonance pour $\omega = \omega_0$ (sans unité).

Q : facteur de qualité du système, dépendant des paramètres du système (sans unité).

m : coefficient d'amortissement du système étudié (sans unité)