Fiche méthode 13
Exploiter une équation différentielle d'un système

❖ Comment déterminer l'ordre d'un système à partir de son équation différentielle ?

Le système est dit d'ordre n, si, dans l'équation différentielle, le **plus haut degré** de dérivée du **signal de sortie $\boldsymbol{s(t)}$**, est n .

❖ Comment déterminer la nature du filtrage à partir de l'équation différentielle ?

1ère étape : Déterminer l'équation différentielle du système étudié et en déduire l'ordre du système.

2ème étape : A l'aide du second membre de cette équation différentielle et de l'ordre du système, choisir la forme canonique (elles seront toujours fournies) correspondant à celle de notre système.
Il faut choisir la forme canonique possédant le même ordre et la « même dérivée » pour $e(t)$

3ème étape : En déduire la nature du filtrage réalisé par le système étudié.

❖ Comment déterminer l'expression littérale des grandeurs canoniques ?

Pour obtenir l'expression littérale des grandeurs canoniques en fonction des paramètres du système, on procède par **identification entre l'équation différentielle et sa forme canonique associée.**

<u>*Exemple du système R, C :*</u>
On identifie l'équation différentielle du circuit à sa forme canonique associée :

Équation différentielle démontrée	$\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{u_C}{RC} = \dfrac{e(t)}{RC}$
Forme canonique associée	$\dfrac{ds}{dt} + \dfrac{s}{\tau} = H_0 \times \dfrac{e(t)}{\tau}$

Par identification, on obtient donc un système de 3 équations à 3 inconnues (s, τ et H_0) :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{du_C}{dt} \quad ; \frac{s}{\tau} = \frac{u_C}{RC} \ et \ \ H_0 \ \times \ \frac{e(t)}{\tau} = \frac{e(t)}{RC}$$

Il faut résoudre ce système de 3 équations en gardant en tête, que l'on cherche les expressions littérales des grandeurs canoniques (H_0 ; τ) en fonction des paramètres du système étudié (ici, R et C).

$$\frac{ds}{dt} = \frac{du_C}{dt} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{s = u_C}$$

$$\frac{s}{\tau} = \frac{u_C}{RC} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{s}{\tau} = \frac{s}{RC} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\tau = RC}$$

$$H_0 \ \times \ \frac{e(t)}{\tau} = \frac{e(t)}{RC} \quad \Leftrightarrow \ H_0 \ \times \ \frac{e(t)}{RC} = \frac{e(t)}{RC} \ \Leftrightarrow \ \boldsymbol{H_0 = 1}$$