Fiche méthode 11 :
Formes canoniques pour les filtres usuels

- **Filtres d'ordre 1 :**

Type de filtre	Forme canonique de l'équation différentielle	Forme canonique de la transmittance isochrone complexe
Passe-bas d'ordre 1	$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = H_0 \frac{e}{\tau}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{\mathbf{1} + j\omega\tau}$
	$\frac{ds}{dt} + \omega_C \times s = H_0 \times \omega_C \times e$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{\mathbf{1} + j\frac{\omega}{\omega_C}}$

avec ω_C: pulsation de coupure à $-3dB$, dépendant des paramètres du système (en rad/s).
H_0 : amplification statique, dépendant des paramètres du système (sans unité).
τ : constante de temps, dépendant des paramètres du système (en seconde)

Type de filtre	Forme canonique de l'équation différentielle	Forme canonique de la transmittance isochrone complexe
Passe-haut d'ordre 1	$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = H_0 \times \frac{de}{dt}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 \boldsymbol{j\omega\tau}}{1 + \boldsymbol{j\omega\tau}}$
	$\frac{ds}{dt} + \omega_C \times s = H_0 \times \frac{de}{dt}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 \boldsymbol{j} \frac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega_C}}}{1 + \boldsymbol{j} \frac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega_C}}}$

avec ω_C: pulsation de coupure à $-3dB$, dépendant des paramètres du système (en rad/s).
τ : constante de temps, dépendant des paramètres du système (en seconde).
H_0 : amplification pour les hautes fréquences (sans unité).

❖ **Filtres d'ordre 2 :**

Type de filtre	Forme canonique de l'équation différentielle	Forme canonique de la transmittance isochrone complexe
Passe-bas d'ordre 2	$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{\mathbf{1} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$
	$\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{\mathbf{1} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2m\frac{\omega}{\omega_0}}$

avec H_0 : amplification statique, sans unité
ω_0 : pulsation propre du système, en rad/s
Q : facteur de qualité du système, sans unité.
m : coefficient d'amortissement du système étudié (sans unité)

Type de filtre	Forme canonique de l'équation différentielle	Forme canonique de la transmittance isochrone complexe
Passe-haut d'ordre 2	$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \frac{d^2e}{dt^2}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{-\boldsymbol{\frac{\omega^2}{\omega_0^2}} H_0}{1 - \boldsymbol{\frac{\omega^2}{\omega_0^2}} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$
	$\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \frac{d^2e}{dt^2}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{-\boldsymbol{\frac{\omega^2}{\omega_0^2}} H_0}{1 - \boldsymbol{\frac{\omega^2}{\omega_0^2}} + j2m\frac{\omega}{\omega_0}}$

avec H_0, amplification à haute fréquence (sans unité).
ω_0 : pulsation propre du système, en rad/s
Q : facteur de qualité du système, sans unité.
m : coefficient d'amortissement du système étudié (sans unité)

Type de filtre	Forme canonique de l'équation différentielle	Forme canonique de la transmittance isochrone complexe
Passe-bande d'ordre 2	$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \frac{\omega_0}{Q}\frac{de}{dt}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{\boldsymbol{j\frac{\omega}{Q\omega_0}} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \boldsymbol{j\frac{\omega}{Q\omega_0}}}$
	$\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times 2m\omega_0\frac{de}{dt}$	$\underline{H}(j\omega) = \frac{\boldsymbol{j2m\frac{\omega}{\omega_0}} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \boldsymbol{j2m\frac{\omega}{\omega_0}}}$

avec ω_0: pulsation propre, dépendant des paramètres du système (en rad/s).
H_0 : amplification à la résonance pour $\omega = \omega_0$ (sans unité).
Q : facteur de qualité du système, dépendant des paramètres du système (sans unité).
m : coefficient d'amortissement du système étudié (sans unité)