Chapitre 04

Puissances et signaux périodiques

Capacités exigibles :

- Mesurer ou calculer une valeur efficace, un taux de distorsion harmonique.
- Exprimer la répartition de la puissance dans le domaine fréquentiel.
- Identifier les deux grandeurs intervenant dans le calcul de la puissance.
- Définir, mesurer la puissance instantanée, la puissance moyenne transportée par un signal.
- Calculer la puissance active dans le cas de signaux périodiques, connaissant leur contenu spectral

I. Valeur efficace et représentation fréquentielle :

A. Valeur efficace d'un signal périodique à partir des amplitudes :

Soit la décomposition en série de Fourier d'un signal $u(t)$ périodique, de fréquence f_1 , tel que :

$$u(t) = \langle u \rangle + \mathrm{A}_1 \cos(2\pi f_1\, t + \varphi_1) + \mathrm{A}_2 \cos(2\pi f_2\, t + \varphi_2) + \mathrm{A}_3 \cos(2\pi f_3\, t + \varphi_3) + \cdots$$

$$avec\ f_n = n \times f_1, \qquad n \in \mathbb{N}^*$$

A_n: amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt
f_n: fréquence de l'harmonique de rang n, en hertz

- **Comment déterminer la valeur efficace d'un signal périodique à partir des amplitudes des harmoniques ?** *à connaitre par cœur*

Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques et de la valeur moyenne du signal, la valeur efficace U_{eff} du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2} + \cdots} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{A}_n^2}{2}}$$

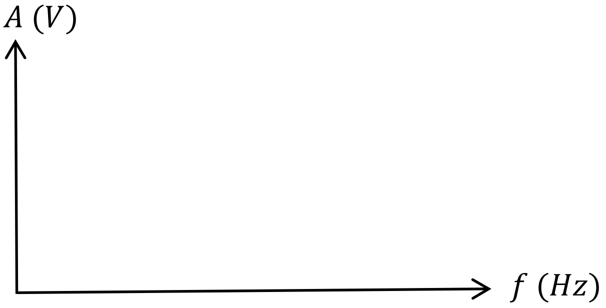
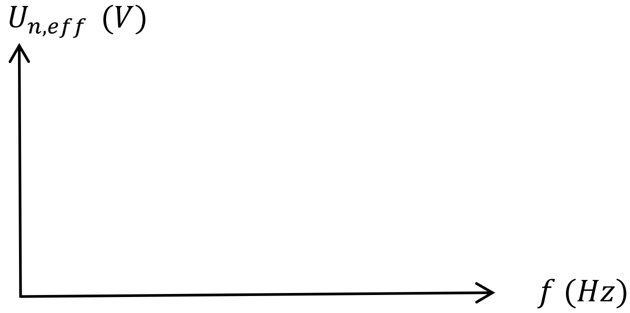
A_n: amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt

Remarque :
L'avantage de cette formule est qu'elle est valable, pour tout motif, alternatif ou non, ce qui n'était pas le cas des formules ou méthodes vues dans le chapitre 02.

B. Valeur efficace d'un harmonique :

- **Oscilloscope et spectres :**

Les oscilloscopes numériques fournissent des spectres en valeurs efficaces, et non en amplitude.

Représentation fréquentielle « Classique »	Représentation fréquentielle sur l'oscilloscope
	
Ordonnée : amplitude, notée A, en volt Abscisse : fréquence, en Hertz	Ordonnée : valeur efficace de l'harmonique de rang n, en volt Abscisse : fréquence, en Hertz

Il ne faut pas confondre la valeur efficace du signal $u(t)$, notée U_{eff}, et la valeur efficace d'un harmonique du même signal, notée $U_{n,eff}$.

- **Comment déterminer la valeur efficace d'un harmonique à partir de son amplitude ?** *à connaitre par cœur*

Un harmonique étant sinusoïdal et alternatif, sa valeur efficace $U_{n,eff}$ se détermine à l'aide de la formule suivante :

$$U_{n,eff} = \frac{|A_n|}{\sqrt{2}}$$

$U_{n,eff}$: valeur efficace de l'harmonique de rang n, en volt
A_n : amplitude de l'harmonique de rang n, en volt

Remarques :
Il ne faut pas confondre la valeur efficace du signal $u(t)$, notée U_{eff}, et la valeur efficace d'un harmonique du même signal, notée $U_{n,eff}$.
Il se peut que l'amplitude d'un harmonique soit négative : la valeur absolue permet de s'assurer que la valeur efficace de l'harmonique soit positive.

C. Valeur efficace d'un signal périodique à partir des valeurs efficaces des harmoniques :

Démonstration :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \cdots}$$

On sait que $U_{1,eff} = \frac{|A_1|}{\sqrt{2}}$ *donc* $U_{1,eff}{}^2 = \frac{A_1{}^2}{2}$. On obtient donc :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + U_{1,eff}{}^2 + U_{2,eff}{}^2 + U_{3,eff}{}^2 + \cdots}$$

❖ **Comment déterminer la valeur efficace d'un signal périodique à partir des valeurs efficaces des harmoniques ?** *à connaitre par cœur*

Lorsque l'on a connaissance des valeurs efficaces des harmoniques $U_{n,eff}$ et de la valeur moyenne du signal, la valeur efficace U_{eff} du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + {U_{1,eff}}^2 + {U_{2,eff}}^2 + {U_{3,eff}}^2 + \cdots} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} {U_{n,eff}}^2}$$

$U_{n,eff}$: valeur efficace de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u\rangle$: valeur moyenne du signal, en volt

D. <u>Valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique :</u>

❖ **Rappel :**

$$u(t) = \langle u\rangle + \underbrace{\mathrm{A}_1 \cos(2\pi f_1\, t + \varphi_1) + \mathrm{A}_2 \cos(2\pi f_2\, t + \varphi_2) + \mathrm{A}_3 \cos(2\pi f_3\, t + \varphi_3) + \cdots}$$

Composante continue, auquel on attribue une fréquence nulle.

Composante alternative, notée $u_{alt}(t)$, somme de signaux sinusoïdaux alternatifs

Dans la formule de la valeur efficace d'un signal périodique, on observe deux parties :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \underbrace{\frac{\mathrm{A}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2} + \cdots}}$$

Contribution de la composante continue, à la valeur efficace du signal

Contribution de la composante alternative, notée $u_{alt}(t)$, à la valeur efficace du signal

❖ **Comment déterminer la valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique ?** *à connaitre par cœur*

On appelle « valeur efficace de la composante alternative » d'un signal périodique, la grandeur notée $U_{alt,eff}$.
Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques A_n et de la valeur moyenne du signal, on utilise la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = \sqrt{\frac{\mathrm{A}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2} + \cdots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{A}_n^2}{2}}$$

Lorsque l'on a connaissance des valeurs efficaces des harmoniques $U_{n,eff}$ et de la valeur moyenne du signal, on utilise la formule suivante :

$$U_{eff,alt} = \sqrt{{U_{1,eff}}^2 + {U_{2,eff}}^2 + {U_{3,eff}}^2 + \cdots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} {U_{n,eff}}^2}$$

Remarque :
La valeur efficace de la composante alternative d'un signal est donc égale à la racine carrée de la somme des carrés des valeurs efficaces de chaque harmonique.

II. Taux de distorsion harmonique d'un signal périodique :

On cherche ici à chiffrer la différence entre un signal périodique de fréquence f_1, et un signal de référence : un signal variable, périodique et sinusoïdal de même fréquence f_1.
Le vocabulaire utilisé est à manipuler avec précaution.

❖ Pureté d'un signal :

Un signal est dit « **pur** » s'il est variable, périodique et **sinusoïdal** (alternatif ou non). Il n'est donc constitué que de son fondamental (et de sa composante continue si le signal n'est pas alternatif).

Un signal est dit « **distordu** » s'il est variable, périodique, de **motif autre que sinusoïdal**. Il est donc constitué de son fondamental et de plusieurs harmoniques (et de sa composante continue si le signal n'est pas alternatif).

❖ Taux de distorsion harmonique : *à connaitre par cœur*

Afin de caractériser la « **pureté** » d'un signal périodique, on définit le taux de distorsion harmonique, noté D :

$$D = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \cdots}}{A_1}$$

A_n: amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
D est sans unité et exprimé en général en pourcentage (car souvent inférieur à 1).

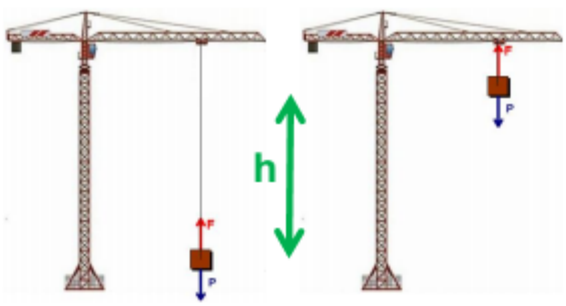
Si $D = 0$ alors le signal étudié est « pur » : il possède donc un motif sinusoïdal.
Si $D > 0$ alors le signal étudié est « distordu » : il ne possède donc pas un motif sinusoïdal.
Plus la valeur de D augmente, plus le motif du signal s'éloigne d'un motif sinusoïdal.
Un signal périodique ayant un fondamental d'amplitude nulle, a un taux de distorsion D infini.

III. De la puissance instantanée à la puissance moyenne :

A. Notion de puissance et d'énergie :

Pour lever la charge de masse m, il faut fournir une certaine quantité d'énergie. Dans un premier temps, on suppose que la vitesse de levée est constante.

Quelle que soit la vitesse de levage de la charge, la quantité totale d'énergie à fournir est toujours la même.
Plus la vitesse de levée de la charge est grande, plus la puissance fournie à la charge de masse m est grande.



❖ Sens physique de la grandeur « énergie » :

L'énergie (en joule) représente ce qu'il faut fournir à un système pour l'amener d'un état initial à un état final. La manière dont le chemin est parcouru entre les 2 états n'a pas d'importance.

- **Sens physique de la grandeur « puissance » :**

La puissance caractérise le **débit d'énergie** fournie entre l'état initial et l'état final. Elle ne dépend ni de l'état initial, ni de l'état final du système, mais permet de décrire les flux d'énergie entre ces deux états : elle permet de décrire la rapidité de ce transfert d'énergie.

- **Lien entre puissance et variation d'énergie :** *à connaitre par cœur*

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = P \text{ , ou encore } \Delta E = P \times \Delta t$$

P est la puissance (issue de la variation d'énergie ΔE). Son unité est le watt, de symbole W.
ΔE: variation d'énergie, dont l'unité est le joule, de symbole J
Δt: durée de cette variation d'énergie, en seconde, de symbole s

$1\ W$ signifie donc $1\ J/s$ ou encore $1\ J.s^{-1}$

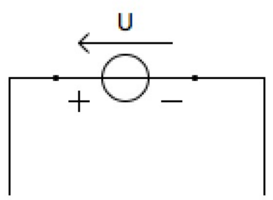
B. Signal constant et généralités :

Soit un signal constant U.

- **1^er cas : générateur seul – circuit ouvert**

Ce signal « seul » ne peut ni fournir, ni recevoir une puissance.

En effet, un signal de nature électrique (tension électrique) représente une différence de potentiel électrique (ou d'états électriques) entre deux points d'un système électrique.



Le symbole d'un générateur de signal (tension) est celui présenté à gauche.

On schématise une tension électrique, par une flèche « en dehors » du circuit.

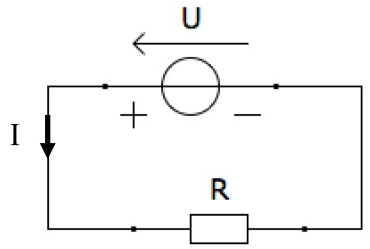
La **p**ointe de la flèche est sur la borne considérée **p**ositive.

L'extrémité du fil relié à la borne négative présente un excès d'électrons, alors que l'extrémité du fil relié à la borne positive présente un défaut d'électrons.
Ce déséquilibre est créé par le générateur de tension.

Dans ce cas simple, il ne peut pas avoir de conversion de l'énergie électrique portée par le signal en une autre forme d'énergie. La puissance, étant un débit d'énergie, elle ne peut donc être définie.

- **2^ème cas : générateur avec un conducteur ohmique – circuit fermé**

Un conducteur ohmique est caractérisé par sa résistance électrique, notée R, dont l'unité est l'ohm, de symbole Ω.



Son symbole électrique est celui représenté à gauche.

Le conducteur ohmique, est un conducteur électrique.

Des électrons peuvent donc le traverser : on mesure ce débit d'électrons via une grandeur nommée intensité, notée I, dont l'unité est l'ampère, de symbole A.
On schématise cette intensité électrique, par une flèche « sur » le circuit, allant de la borne positive à la borne négative du générateur.

Comme ce conducteur est parcouru par un courant électrique (débit d'électrons traversant une section de conducteur), il peut y avoir conversion d'énergie. La puissance, étant un débit d'énergie, peut donc alors être définie.

À connaitre par cœur :

Lorsque le signal (tension) est constant, on définit la puissance, notée P, dont l'unité est le watt, de symbole W :

$$P = U \times I$$

U: tension aux bornes du système, en volt
I: intensité traversant le système, en ampère

C. Puissance instantanée reçue par un conducteur ohmique :

Les signaux (tensions) étudiés étant variables (et périodiques), cela conduit à définir une puissance dépendant du temps : la puissance instantanée.

À connaitre par cœur :

Avec un signal variable, la tension entre deux points du circuit et l'intensité en un point dépendent du temps : on les note alors respectivement u et i (plus de majuscules) ou encore $u(t)$ et $i(t)$.

En convention récepteur, on définit alors la puissance instantanée, notée $P(t)$, dont l'unité est le watt, de symbole W, par :

$$P(t) = u \times i \quad ou\ encore\ P(t) = u(t) \times i(t)$$

u: tension aux bornes du système à l'instant t, en volt
i: intensité traversant le système à l'instant t, en ampère

Retour sur l'exemple de la grue :
La vitesse de levée n'est plus ici, une constante : elle dépend du temps. On peut la noter $v(t)$.
Plus la vitesse de levée de la charge est grande, plus la puissance fournie instantanément est grande.
La puissance caractérise le **débit d'énergie** fourni à chaque instant (instantanément).
La formule devient alors :

$$\frac{dE}{dt} = P(t)$$

P est la puissance instantanée (issue de la variation d'énergie dE). Son unité est le watt, de symbole W.
dE: variation infinitésimale de l'énergie (différentielle d'ordre 1)
dt: durée infinitésimale de cette variation d'énergie (différentielle d'ordre 1)

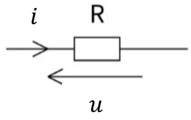
$\frac{dE}{dt}$ représente la dérivée de la fonction énergie $E(t)$ par rapport au temps t

D. Puissance instantanée et conventions :

Pour toute la suite de ce chapitre, le **système étudié est un conducteur ohmique**, caractérisé par sa résistance électrique, notée R.
En d'autres termes, « nous sommes » ce conducteur ohmique et on cherche à savoir comment se font les échanges d'énergies entre le conducteur ohmique (nous) et le signal $u(t)$.

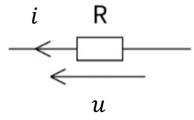
Lorsque l'on étudie un système électrique (ici, un conducteur ohmique de résistance R), soumis à un signal $u(t)$ (ou une tension), on peut adopter au choix deux conventions :

La flèche représentant la tension u est dans le sens opposé à la flèche représentant l'intensité i :



On appelle cette convention, la **convention récepteur.**

La flèche représentant la tension u est dans le même sens que la flèche représentant l'intensité i :



On appelle cette convention, la **convention générateur.**

❖ Étude du système en convention récepteur :

Si on utilise la convention récepteur, la puissance P s'appelle la **puissance instantanée reçue** par le système étudié :

- si $P > 0$ alors le système reçoit une puissance de l'extérieur (provenant du signal).
- si $P < 0$ alors le système fournit une puissance à l'extérieur.

À connaitre par cœur :

En convention récepteur, la loi d'Ohm (qui ne s'applique que pour un conducteur ohmique) s'écrit :

$$u = R \times i$$

u: tension (signal) aux bornes du conducteur ohmique, en volt (V)
i : intensité traversant le conducteur ohmique, en ampère (A)
R : résistance du conducteur ohmique, en ohm (Ω)

La puissance instantanée devient :

$$P(t) = u \times i = u \times \frac{u}{R} = \frac{u^2}{R}$$

Or, $\forall\ t, u(t)^2 > 0\ et\ R > 0,\ donc$:

$$P(t) > 0$$

On en conclut que le conducteur ohmique **reçoit** une puissance de l'extérieur (provenant du signal) : il transforme l'énergie électrique du signal en énergie thermique. C'est l'effet Joule.

On dit que le conducteur ohmique a un **comportement récepteur.**

Remarque :
Il y a donc diminution de l'énergie électrique portée par le signal (qui est instantanément compensé par un apport d'énergie, provenant du générateur).

❖ Étude du système en convention générateur:

Si on utilise la convention générateur, la puissance P s'appelle la **puissance instantanée fournie** par le système étudié :

- si $P > 0$ alors le système fournit une puissance à l'extérieur.
- si $P < 0$ alors le système reçoit une puissance de l'extérieur (provenant du signal).

À connaitre par cœur :

En convention générateur, la loi d'Ohm (qui ne s'applique que pour un conducteur ohmique) s'écrit :

$$u = -R \times i$$

La puissance instantanée devient :

$$P(t) = u \times i = u \times \frac{(-u)}{R} = -\frac{u^2}{R}$$

Or, $\forall\ t, u(t)^2 > 0\ et\ R > 0,\ donc$:

$$P(t) < 0$$

On en conclut que le conducteur ohmique **reçoit** une puissance de l'extérieur (provenant du signal) : il transforme l'énergie électrique du signal en énergie thermique. C'est l'effet Joule.

On dit que le conducteur ohmique a un **comportement récepteur.**

Conclusion :
Quelle que soit la convention adoptée, le sens de l'échange d'énergie ne change pas. Le conducteur ohmique a un **comportement** récepteur : la convention récepteur semble donc la plus appropriée (on évite ainsi les signes « - » tout au long de notre étude).

Pour la suite du chapitre, la convention choisie sera donc la convention récepteur.

❖ Principe général d'un appareil de mesure :

Les fréquences des signaux étant assez élevées (et donc leurs périodes faibles face à la durée de l'observation), les appareils de mesures mesurent les **valeurs moyennes** des grandeurs mesurées (tension, intensité, énergie ou encore puissance) et non les valeurs instantanées (ce qui d'ailleurs, n'aurait aucun sens).

❖ Puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique :

Démonstration :
En convention récepteur, on définit alors la puissance moyenne reçue ou **puissance active** :

$$\langle P(t)\rangle = \langle u \times i\rangle \text{ avec } i = \frac{u}{R} \text{ donc } \langle P(t)\rangle = \langle u \times \frac{u}{R}\rangle$$

Pour un conducteur ohmique, on obtient :

$$\langle P(t)\rangle = \langle\frac{u^2}{R}\rangle, or\ R\ est\ constant, donc:$$

$$\langle P(t)\rangle = \frac{1}{R} \times \langle u^2\rangle$$

Or, on sait que :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2\rangle}, donc\ \langle u^2\rangle = {U_{eff}}^2$$

Finalement, on obtient :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{1}{R} \times {U_{eff}}^2 = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

À connaitre par cœur :

La puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique de résistance R (puissance provenant du signal périodique) peut se déterminer à partir de la valeur efficace du signal :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

U_{eff} : valeur efficace du signal périodique, en volt.
R: résistance du conducteur ohmique, en ohm.
$\langle P(t)\rangle$: puissance moyenne reçue par le conducteur ohmique, en watt.

Plus la valeur efficace d'un signal périodique est grande, plus ce signal est susceptible de fournir une puissance importante au conducteur ohmique.

Remarque :
Pour un signal continu $u(t) = U$, on obtient :

$$\langle P(t)\rangle = P = \frac{U^2}{R}$$

On en conclut que, la tension efficace d'un signal périodique, correspond à la valeur qu'aurait un signal continu ayant la même puissance que ce signal périodique.

E. Comment déterminer la puissance moyenne reçue par un conducteur ohmique, à partir d'une représentation temporelle du signal ?

❖ **Méthode pour déterminer la puissance moyenne reçue par le conducteur ohmique :**

Il faut utiliser la formule suivante :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

- On détermine U_{eff} grâce aux méthodes vues dans le chapitre 02.
- On applique la formule en prenant soin de respecter les chiffres significatifs et l'unité de $\langle P(t)\rangle$ (en watt, noté W)

⚠ Ce calcul vous permet de déterminer la puissance moyenne fournie par **l'intégralité du signal** (au conducteur ohmique).

IV. Puissance moyenne reçue par un conducteur ohmique et représentation fréquentielle du signal :

A. Spectre en amplitude et puissance moyenne :

Démonstration :
La valeur efficace U_{eff} du signal $u(t)$ peut se calculer ainsi :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \cdots} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^2}{2}}$$

En convention récepteur, pour un conducteur ohmique, la puissance moyenne reçue ou **puissance active** est :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

Or, on sait que :

$$U_{eff}{}^2 = \langle u\rangle^2 + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2} + \cdots$$

On remplace dans l'expression précédente :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{1}{R} \times \left(\langle u\rangle^2 + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2} + \cdots\right) = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2R} + \cdots$$

- **Comment déterminer la puissance moyenne reçue par le système grâce à l'amplitude des harmoniques ?** *à connaitre par cœur*

Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques et de la valeur moyenne du signal, la puissance moyenne $\langle P(t)\rangle$ du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2R} + \cdots$$

A_n: amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u\rangle$: valeur moyenne du signal, en volt
R: résistance du conducteur ohmique, en ohm (Ω)

⚠ Ce calcul vous permet de déterminer la puissance moyenne fournie par **une partie des harmoniques d'un signal** possédant une infinité d'harmoniques.

- **Comment déterminer la puissance reçue par le système grâce à la composante continue ou à l'amplitude de l'harmonique de rang n?** *à connaitre par cœur*

Lorsque l'on a connaissance de la valeur moyenne du signal, la puissance P_0 reçue par le système grâce à la composante continue du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$P_0 = \frac{\langle u\rangle^2}{R}$$

P_0: puissance (moyenne) reçue par le système grâce à la composante continue du signal

Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques du signal, la puissance moyenne $\langle P_n(t)\rangle$ reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$\langle P_n(t)\rangle = \frac{\mathrm{A}_n^2}{2R}$$

$\langle P_n(t)\rangle$: puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n

⚠ Il faut diviser par $2R$ pour les harmoniques et par R pour la valeur moyenne

<u>*Conclusion :*</u>

La puissance électrique moyenne reçue par un conducteur ohmique provenant d'un signal périodique $u(t)$ est égale à la somme de la puissance reçue grâce à sa composante continue et des puissances moyennes reçues grâce à chacun des harmoniques.

$$\langle P(t)\rangle = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \langle P_n(t)\rangle$$

$\sum_{n=1}^{\infty}\langle P_n(t)\rangle$ représente la puissance moyenne reçue par le système grâce à la composante alternative du signal.
P_0 représente la puissance (moyenne) reçue par le système grâce à la composante continue du signal.

Remarque :
En toute rigueur, il faut prendre en compte **tous** les harmoniques du signal afin de retrouver la valeur déterminée par $\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$.

B. Spectre en valeur efficace et puissance active :

Démonstration :
En convention récepteur, pour un conducteur ohmique, la puissance moyenne reçue ou **puissance active** est :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{A_1^2}{2R} + \frac{A_2^2}{2R} + \frac{A_3^2}{2R} + \cdots$$

Or, un harmonique étant sinusoïdal et alternatif, pour calculer la valeur efficace de l'harmonique de rang n, on sait que:

$$U_{n,eff} = \frac{|A_n|}{\sqrt{2}}, donc\ |A_n| = U_{n,eff} \times \sqrt{2}$$

On remplace A_n dans la première expression :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{\left(U_{1,eff} \times \sqrt{2}\right)^2}{2R} + \frac{\left(U_{2,eff} \times \sqrt{2}\right)^2}{2R} + \frac{\left(U_{3,eff} \times \sqrt{2}\right)^2}{2R} + \cdots$$

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{\left(U_{1,eff}\right)^2 \times 2}{2R} + \frac{\left(U_{2,eff}\right)^2 \times 2}{2R} + \frac{\left(U_{3,eff}\right)^2 \times 2}{2R} + \cdots$$

On obtient finalement :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{\left(U_{1,eff}\right)^2}{R} + \frac{\left(U_{2,eff}\right)^2}{R} + \frac{\left(U_{3,eff}\right)^2}{R} + \cdots$$

- **Comment déterminer la puissance moyenne reçue par le système grâce à la valeur efficace des harmoniques ?** *à connaitre par cœur*

Lorsque l'on a connaissance des valeurs efficaces des harmoniques et de la valeur moyenne du signal, la puissance moyenne $\langle P(t)\rangle$ du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle u\rangle^2}{R} + \frac{\left(U_{1,eff}\right)^2}{R} + \frac{\left(U_{2,eff}\right)^2}{R} + \frac{\left(U_{3,eff}\right)^2}{R} + \cdots$$

$U_{n,eff}$: valeur efficace de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u\rangle$: valeur moyenne du signal, en volt
R: résistance du conducteur ohmique, en ohm (Ω)

⚠ Ce calcul vous permet de déterminer la puissance moyenne fournie par **une partie des harmoniques d'un signal** possédant une infinité d'harmoniques.

❖ **Comment déterminer la puissance reçue par le système grâce à la composante continue ou à la valeur efficace de l'harmonique de rang n?** *à connaitre par cœur*

Lorsque l'on a connaissance de la valeur moyenne du signal, la puissance P_0 reçue par le système grâce à la composante continue du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$P_0 = \frac{\langle u \rangle^2}{R}$$

P_0: puissance (moyenne) reçue par le système grâce à la composante continue du signal

Lorsque l'on a connaissance des valeur efficaces des harmoniques du signal, la puissance moyenne $\langle P_n(t) \rangle$ reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$\langle P_n(t) \rangle = \frac{\left(U_{n,eff}\right)^2}{R}$$

$\langle P_n(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n

En utilisant les valeurs efficaces, on remarque que les formules de P_0 *et* $\langle P_n(t) \rangle$ contiennent toutes les deux, une division par R (contrairement aux formules avec les amplitudes).

C. Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des k premiers harmoniques :

On souhaite connaître la répartition de la puissance active dans le spectre du signal : on ne prend en compte que les k premiers harmoniques.

❖ **Méthode :**

- On détermine la valeur efficace du signal U_{eff} à l'aide de sa représentation temporelle du signal (méthodes du chapitre 02) : la valeur efficace calculée contient ainsi l'intégralité des harmoniques.
- On calcule $\langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$,
- On calcule la somme des puissances moyennes pour les k premiers harmoniques : $P_0 + \sum_{n=1}^{k} \langle P_n(t) \rangle$
- Il faut enfin calculer le rapport suivant :

$$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{k} \langle P_n(t) \rangle}{\langle P(t) \rangle}$$

- Multiplier le résultat par 100 afin d'obtenir le pourcentage.

Chapitre 4 - Ce qu'il faut savoir :

- Connaitre la formule permettant de calculer la valeur efficace d'un signal périodique à partir de son spectre en amplitude.
- Connaitre la formule permettant de déterminer la valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique à l'aide d'un spectre en amplitude.
- Connaitre la formule permettant de calculer la valeur efficace d'un harmonique.
- Connaitre la formule permettant de calculer la valeur efficace d'un signal périodique à partir des valeurs efficaces des harmoniques
- Connaitre la formule permettant de déterminer la valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique à partir des valeurs efficaces des harmoniques.
- Connaitre la formule permettant de calculer un taux de distorsion harmonique.
- Connaître la différence entre énergie et puissance.
- Comprendre la différence entre la puissance instantanée et la puissance moyenne/active d'un signal
- Connaître les conventions récepteur et générateur.
- Comprendre la différence entre les termes « convention » et « comportement »
- Connaître la loi d'Ohm selon la convention.
- Connaître la formule liant la puissance active à la valeur efficace du signal
- Connaître la formule liant la puissance active à l'amplitude des harmoniques
- Connaître appliquer la formule liant la puissance active à la valeur efficace des harmoniques
- Connaître les méthodes de mesures expérimentales d'une valeur efficace.
- Savoir que le spectre obtenu par un oscilloscope a pour ordonnée les valeurs efficaces des harmoniques

Chapitre 4 - Ce qu'il faut savoir-faire :

- Savoir calculer la valeur efficace d'un signal périodique.
- Savoir calculer la valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique.
- Savoir calculer la valeur efficace d'un harmonique.
- Savoir calculer un taux de distorsion harmonique.
- Savoir calculer une puissance à partir d'une variation d'énergie et réciproquement.
- Savoir appliquer la formule liant la puissance active à la valeur efficace du signal
- Savoir appliquer la formule liant la puissance active à l'amplitude des harmoniques
- Savoir appliquer la formule liant la puissance active à la valeur efficace des harmoniques
- Savoir calculer un pourcentage pour les puissances actives.