Chapitre 00

Unités, formules littérales et applications numériques

Capacités exigibles :

- Savoir expliquer ce que représente les chiffres significatifs d'une mesure.
- Savoir compter le nombre de chiffres significatifs d'une mesure.
- Effectuer une application numérique en respectant la précision des mesures.
- Connaitre les unités du système international.
- Savoir déterminer l'unité d'une grandeur à partir d'une formule littérale et vérifier son homogénéité.
- Connaitre les puissances de 10 correspondant aux sous-multiples et aux multiples des unités.
- Savoir rédiger une application numérique à partir d'une formule littérale en respectant les unités et les chiffres significatifs.
- Savoir extraire une grandeur d'une formule afin d'effectuer une application numérique.
- Savoir déterminer la valeur d'un écart relatif.

En Physique, les **nombres** utilisés dans des applications numériques sont souvent des **mesures**, possédant une unité. Selon la précision de l'appareil de mesure utilisé, le nombre représentant cette mesure contient plus ou moins de chiffres. Le résultat d'une application numérique ne peut pas être plus précis que les mesures qui ont permis de le calculer.

I. Unités du système international :

❖ Qu'est-ce que la mesure d'une grandeur ?

Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une grandeur de référence qui donne son nom à l'unité employée pour exprimer sa valeur.

❖ Unités du système international (USI ou SI)

Le système international (SI) a été mis en place par la 26ème Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM). Il fixe en 2018 des règles pour les préfixes, les unités dérivées et d'autres indications. Le SI est fondé sur un choix de **sept unités de base.**

Grandeur	Unité S.I	Symbole	Définition officielle
Longueur	Mètre	m	Le mètre est la distance parcourue par une onde électromagnétique plane dans le vide pendant une durée de $\frac{1}{299\,792\,458}$ seconde.
Masse	Kilo-gramme	kg	Le kilogramme est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Planck à $6{,}62607015 \times 10^{-34}\ kg.m^2.s^{-1}$
Temps	Seconde	s	La seconde est la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux énergétiques de l'atome de Césium 33.
Températu re	Kelvin	K	Le Kelvin est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Boltzmann à $1{,}380649 \times 10^{-23} J.K^{-1}$
Quantité de matière	Mole	mol	Une mole contient exactement $6{,}022\,140\,76 \times 10^{23}$ entités élémentaires.
Intensité électrique	Ampère	A	L'Ampère est défini en prenant la valeur numérique fixée de la charge élémentaire à $1{,}602176634 \times 10^{-19}\ A.s$
Intensité lumineuse	Candela	cd	La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540.10^{12}\ Hz$ et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de $683\ cd.sr.W^{-1}$.

Le système international comprend aussi 2 unités supplémentaires :

Grandeur	Unité S.I	Symbole
Angle plan	radian	rad
Angle solide	stéradian	sr

❖ Unités dérivées :

Les unités dérivées sont formées en combinant les unités de base d'après les formules littérales qui lient les grandeurs correspondantes. Les noms et les symboles de certaines de ces unités peuvent être remplacés par des noms et des symboles spéciaux qui peuvent être utilisés pour exprimer les noms et symboles d'autres unités dérivées.

Exemple :
La surface d'un rectangle a pour formule $\mathcal{A} = L \times l$. L et l ayant pour unité le mètre, on en déduit que l'aire $\mathcal{A}$ est en mètre carré, noté m^2.

❖ Homogénéité d'une formule littérale :

Une formule littérale est homogène si tous les membres de la formule ont la même unité. Dans le cas contraire, la formule est forcément fausse.

Par conséquent :

- Les deux membres d'une égalité ont la même unité
- Les termes d'une somme ou d'une différence ont la même unité
- L'argument d'une fonction transcendante (sin, cos, tan, exp, ln …) est sans unité

L'analyse de l'homogénéité constitue un puissant outil pour détecter une erreur puisqu'une équation non homogène est nécessairement fausse.

À la fin de tout calcul littéral, il faut vérifier l'homogénéité de l'expression obtenue.

Il ne faut donc surtout pas avoir remplacé une grandeur dimensionnée par sa valeur numérique sinon une analyse de l'homogénéité n'est plus possible.

Il faut toujours isoler la grandeur à calculer, avant de passer à l'application numérique.

Attention cependant, une expression non homogène est forcément fausse MAIS une expression homogène n'est pas nécessairement juste !

❖ Sous multiples des unités :

Soit X, le symbole de l'unité de la grandeur étudiée.

Nom du sous multiple	Symbole	Conversion du sous-multiple en X
milliX	mX	$1mX = 1 \times 10^{-3}X$
microX	μX	$1\mu X = 1 \times 10^{-6}X$
nanoX	nX	$1nX = 1 \times 10^{-9}X$
picoX	pX	$1pX = 1 \times 10^{-12}X$
femtoX	fX	$1fX = 1 \times 10^{-15}X$

- **Multiples des unités :**

Soit X, le symbole de l'unité de la grandeur étudiée.

Nom du sous multiple	Symbole	Conversion du multiple en X
kiloX	kX	$1kX = 1 \times 10^3 X$
mégaX	MX	$1MX = 1 \times 10^6 X$
gigaX	GX	$1GX = 1 \times 10^9 X$
téraX	TX	$1TX = 1 \times 10^{12} X$

II. Précision d'une mesure :

Position du problème :
Un étudiant rédige le calcul suivant : $\frac{12{,}51}{1{,}1} = 11{,}3727273$. Est-ce cohérent ?

A. Rappels de mathématiques :

- **Puissance de 10 :**

L'utilisation des puissances de 10 pour l'écriture d'un nombre permet parfois d'alléger sa notation.
Si on décale n fois, une virgule dans un nombre, cela implique l'écriture d'une puissance de dix : $10^{\pm n}$

Le décalage de la virgule **vers la droite**, implique l'écriture d'une puissance de 10 avec un signe « **moins** » devant n.
Le décalage de la virgule **vers la gauche**, implique l'écriture d'une puissance de 10 avec un signe « **plus** » devant n.

Exemples :

$$1\,200\,000 = 12 \times 10^5 = 1{,}2 \times 10^6$$
$$0{,}000\,0152 = 1{,}52 \times 10^{-5}$$

Calculs avec les puissances de 10 : à connaitre par cœur

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$
$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$
$$10^0 = 1$$
$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$
$$(10^m)^n = 10^{m \times n}$$

Vous devez impérativement savoir taper les calculs comprenant des puissances de 10 à l'aide de vos calculettes.

❖ **Notation scientifique d'un nombre :**

La notation scientifique est l'écriture d'un nombre sous la forme du produit :

$$a \times 10^{n}$$

avec $1 \leq a < 10$ et n, nombre entier positif ou négatif (différent de zéro)

Exemples :

$$12 = 1{,}2 \times 10^{1}$$
$$0{,}000\,0152 = 1{,}52 \times 10^{-5}$$
$$6430 = 6{,}43 \times 10^{3}$$

❖ **La différence entre un nombre et un chiffre :**

1,022 est un nombre, comportant 4 chiffres.
0,02 est un nombre, comportant 3 chiffres.

❖ **Arrondir un nombre :**

Si le chiffre qui disparait dans l'arrondi est compris entre 0 et 4, alors le chiffre situé avant ne change pas de valeur.
Si le chiffre qui disparait dans l'arrondi est compris entre 5 et 9, alors le chiffre situé avant gagne une unité.

Exemples :
1,522 a pour arrondi 1,52 ou 1,5 ou 2.
0,853 a pour arrondi 0,85 ou 0,9 ou 1.

B. Les chiffres significatifs en Physique :

Afin de comprendre les notions abordées dans ce paragraphe, visionner la vidéo :
« Nombres, chiffres et précision d'une mesure »

En travaux pratiques, lorsque l'on mesure une grandeur, à l'aide d'un appareil de mesure numérique par exemple, l'écran affiche un nombre comportant un ou plusieurs chiffres. Pour un même calibre, plus un appareil de mesure indique de chiffres pour une même mesure, plus il est précis.
La précision d'un appareil de mesure est donc liée au nombre de chiffres présents dans un nombre.

Définition :

Le nombre de chiffres significatifs utilisés pour exprimer un **nombre correspondant à une mesure**, indique **la précision** avec laquelle cette mesure a été effectuée.

Remarque :
On compte les chiffres significatifs d'un nombre si ce nombre représente une mesure ou une donnée dans un exercice.

Exemples :
1. Un voltmètre numérique affiche la mesure de tension suivante $U = 1{,}56\ V$. Cet appareil est précis au centième de volt.
   La mesure 1,56 est donc comprise entre 1,5550000000.. et 1,5649999999999 ...

2. Un oscilloscope numérique affiche la mesure suivante : $T = 2{,}001\ s$. Un étudiant rédige sur sa copie $T = 2\ s$. L'appareil de mesure est précis au millième de seconde alors que la mesure notée par l'étudiant est précise à la seconde près : la rédaction de l'étudiant est donc **1000 fois moins précise** que la mesure effectuée par l'appareil. Il faut donc bien rédiger $T = 2{,}001\ s$.
3. Un oscilloscope numérique affiche la mesure suivante : $T = 2{,}000\ s$. Un étudiant rédige sur sa copie $T = 2\ s$. L'appareil de mesure est précis au millième de seconde alors que la mesure notée par l'étudiant est précise à la seconde près : la rédaction de l'étudiant est donc **1000 fois moins précise** que la mesure effectuée par l'appareil. Il faut donc bien rédiger $T = 2{,}000\ s$.

❖ **Encadrement de la mesure :**

$$1{,}99950000000 \ldots \leq 2{,}000 \leq 2{,}00049999999 \ldots$$

Toutes les mesures (effectuées par cet appareil) comprises dans cet encadrement seraient affichées/arrondies à $2{,}000$.

$$1{,}500000 \ldots \leq 2 \leq 2{,}4999999999 \ldots$$

Toutes les mesures (effectuées par cet appareil) comprises dans cet encadrement seraient affichées/arrondies à 2.
On observe que l'encadrement de notre mesure est bien plus restreint avec la notation $2{,}000$ qu'avec la notation 2.

Mathématiquement, le nombre $2{,}000$ est bien égal au nombre 2.
En Physique, si le nombre $2{,}000$ représente le résultat d'une mesure, il est alors bien plus précis que le nombre 2. Ces deux nombres n'ont donc plus le même sens, la même signification, la **même précision**.

C. Compter les chiffres significatifs dans une mesure/une donnée :

Afin de comprendre les notions abordées dans les deux prochains paragraphes, visionner la vidéo : « Application numérique et chiffres significatifs »

Définition rigoureuse :

Les chiffres utilisés pour écrire le décimal a de la notation scientifique de la mesure/donnée, sont appelés chiffres significatifs.

Exemples de mesures :
$12 = 1{,}2 \times 10^1$ comporte donc 2 chiffres significatifs.
$0{,}000\,0150 = 1{,}50 \times 10^{-5}$ comporte donc 3 chiffres significatifs.
$6430 = 6{,}430 \times 10^3$ comporte donc 4 chiffres significatifs.

Le passage par la notation scientifique pouvant être chronophage, on peut utiliser la méthode suivante pour compter le nombre de chiffres significatifs d'une mesure.

❖ **Méthode : comment calculer le nombre de chiffres significatifs dans un nombre ?**

1. Se poser la question : ce nombre est-il un coefficient ou une mesure ?
- S'il est présent dans la formule littérale, c'est un coefficient, il est donc infiniment précis : il possède une infinité de chiffres significatifs.
- Si c'est une mesure, il faut alors appliquer les points suivants.

2. Si vous souhaitez être efficace, appliquer la « règle des zéros » pour dénombrer les chiffres significatifs de la mesure/donnée :
Règle des zéros :
Les zéros avant le premier chiffre autre que zéro, ne font pas partie des chiffres significatifs.
Les zéros après le premier chiffre autre que zéro, font partie des chiffres significatifs.

Exemples :
Dans la formule $\omega = 2\pi f$, le nombre "2" est un coefficient (il est présent dans la formule littérale). Il possède donc une infinité de chiffres significatifs. Le nombre "π" est aussi un coefficient. Il possède donc aussi une infinité de chiffres significatifs.

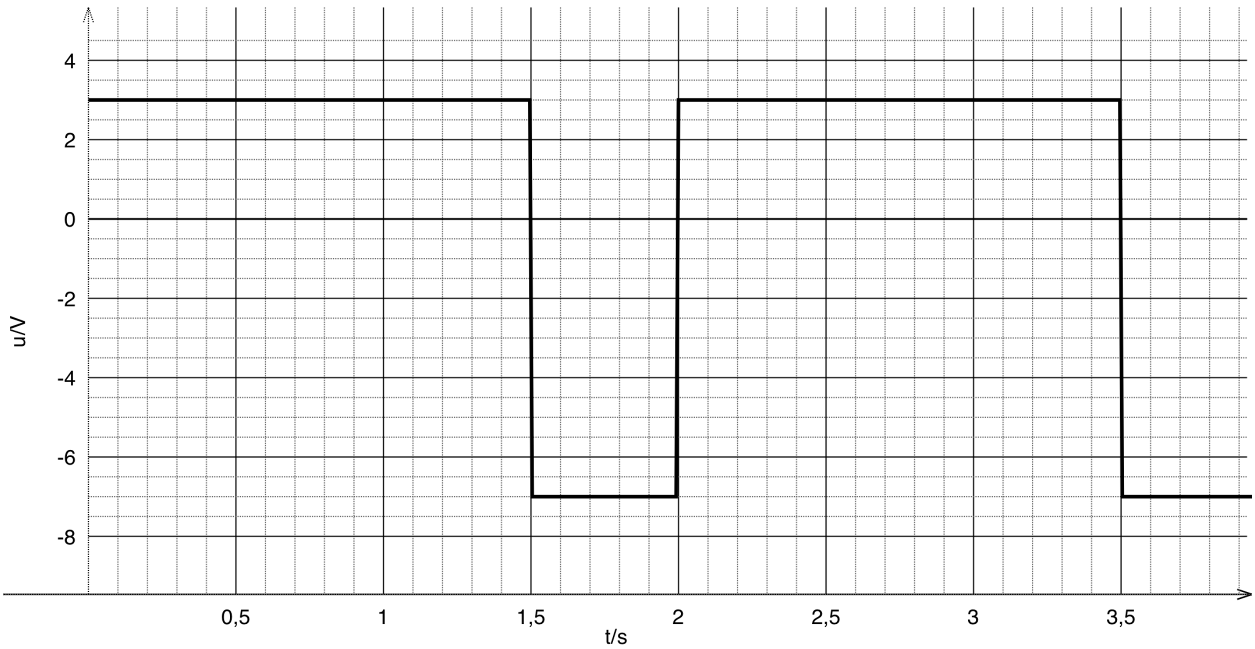
Dans la mesure 0,050, les deux zéros avant le cinq ne font pas partie des chiffres significatifs. Le cinq et le zéro qui le suit en font partie : la mesure comporte donc deux chiffres significatifs.

Comparaison Mathématiques/ Physique :

	Mathématiques	Physique	
Nombre	0,050	Si 0,050 est un coefficient	Si 0,050 est une mesure/donnée
	$0{,}050 = 0{,}05$	$0{,}050 = 0{,}05$	$0{,}050 \neq 0{,}05$
Écriture scientifique du nombre	5×10^{-2}	5×10^{-2}	$5{,}0 \times 10^{-2}$
Nombre de CS	Infinité	Infinité	2

D. Les chiffres significatifs d'une mesure déterminée graphiquement :

On mesure l'évolution temporelle d'un signal au cours du temps :



La valeur maximale du signal est $3{,}0\ V$ et non $3\ V$.

En effet, si le palier avait été sur la graduation juste inférieure, la valeur maximale aurait été $2{,}5\ V$. Cette mesure aurait donc contenu deux chiffres significatifs : il faut donc que notre lecture de valeur maximale contienne aussi deux chiffres significatifs.
De même, la période du signal est $2{,}0\ s$.

Remarque :
Le logiciel traçant le graphe élimine automatiquement le 0 de la graduation 2,0 : il raisonne donc comme en Mathématiques.

E. Combien faut-il garder de chiffres significatifs pour le résultat d'une application numérique ?

C'est toujours la donnée/mesure la plus imprécise qui l'emporte.

❖ Méthode pour une multiplication ou une division :

1. Repérer les nombres étant des mesures/données (il faut donc ne pas tenir compte des coefficients déjà présents dans la formule).
2. Déterminer le nombre de CS pour chacune de ces mesures/données.
3. Repérer alors la mesure/donnée contenant le moins de CS.
4. Le résultat doit avoir le même nombre de chiffres significatifs que la donnée/mesure qui en a **le moins**.

Exemples de multiplication et de division de mesures :

$$\frac{12{,}51}{1{,}1} = 11{,}3727273 \ \rightarrow \ on\ garde\ donc\ comme\ résultat\ 11$$

$$0{,}16 \times 1{,}15 = 0{,}184 \ \rightarrow \ on\ garde\ donc\ comme\ résultat\ 0{,}18$$

❖ Méthode pour une addition ou une soustraction :

Le résultat ne doit pas avoir plus de décimales que la donnée qui en a le moins.

Exemples d'addition ou de soustraction de mesures :

$$12{,}51 - 1{,}1 = 11{,}41 \ \rightarrow \ on\ garde\ donc\ comme\ résultat\ 11{,}4$$
$$0{,}16 + 1{,}1 = 1{,}26 \ \rightarrow \ on\ garde\ donc\ comme\ résultat\ 1{,}3$$

Pour s'entrainer sur ces notions de chiffres significatifs :
QCM 01 du chapitre 00 « Caractériser un signal »

F. <u>Écart relatif pour une mesure expérimentale :</u>

On calcule l'écart relatif, noté e, grâce à la formule suivante :

$$e = \frac{|valeur\ expérimentale - valeur\ de\ référence|}{valeur\ de\ référence} \times 100$$

Le résultat est donné en pourcentage et est forcément positif. Il exprime l'écart entre la valeur mesurée expérimentalement et la valeur de référence de la grandeur.
Si l'écart relatif est inférieur à 10%, on estime que l'expérience est concluante et on cherche à déterminer la principale source d'incertitude lors de nos mesures.
Si l'écart relatif est supérieur à 10%, on estime que la méthode expérimentale employée est fausse. Il faut donc repartir à zéro.

III. Formules littérales et applications numériques :

A. Comment rédiger une application numérique ?

Dans la plupart des exercices ou TP, vous devrez calculer la valeur d'une grandeur à partir d'une formule littérale et des mesures d'autres grandeurs (présentes dans la formule littérale).

❖ **Méthode de rédaction pour calculer la valeur d'une grandeur :**

1. Dans la formule littérale, repérer la lettre représentant la grandeur que l'on doit calculer.
2. Isoler la lettre (représentant la grandeur que l'on doit calculer) d'un côté de l'égalité, **sans remplacer aucune des lettres par sa valeur.**
3. Étape subsidiaire : vérifier l'homogénéité de la formule obtenue.
4. Remplacer ensuite les valeurs des grandeurs connues en veillant à respecter les unités : il faut remplacer les préfixes pour leur puissance de 10 associée.
5. Sur votre calculatrice si nécessaire, effectuer le calcul puis veillez à respecter les chiffres significatifs pour votre résultat.
6. Rédiger enfin votre résultat : $lettre = valeur\ déterminée\ avec\ CS\ vérifiés, suivie\ de\ l'unité$.

B. Isoler la grandeur cherchée dans une formule littérale :

Dans cette partie du chapitre, on rappelle quelques techniques « vitales » pour tourner des « formules » afin d'isoler la lettre représentant la grandeur que l'on doit calculer.

$$a + b = c \leftrightarrow a = c - b$$
$$a - b = c \leftrightarrow a = c + b$$

$$a \times b = c \leftrightarrow a = \frac{c}{b}$$
$$\frac{a}{b} = c \leftrightarrow a = c \times b$$

$$\frac{a \times b}{c} = a \times \frac{b}{c} = b \times \frac{a}{c} = \frac{1}{c} \times a \times b$$

❖ **Développement :**

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$-(b - c) = -b + c$$

❖ **Addition de fraction**

- Même dénominateur : on peut rassembler les fractions ensembles

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

- Sinon, il faut trouver un dénominateur commun, c'est le produit des deux.

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{a\times d}{c\times d}+\frac{c\times b}{c\times d}=\frac{ad+cb}{cd}$$

Il faut modifier les numérateurs en conséquence.

❖ **Fonction carrée et racine carré**

Si $x^2=a$ alors $x=\sqrt{a}$ ou $x=-\sqrt{a}$

$$x^2+y^2\neq(x+y)^2$$

$$\sqrt{x^2+y^2}\neq x+y$$

Si $x\ et\ y$ sont des nombres positifs :

$$\sqrt{x^2\times y^2}=x\times y$$

Chapitre 0 - Ce qu'il faut savoir :

- Connaitre les unités du SI.
- Connaitre les sous multiples et multiples des unités ainsi que les puissances de 10 correspondant.
- Connaitre la notation scientifique d'un nombre.
- Connaitre le lien entre chiffres significatifs et précision d'une mesure.
- Connaitre la formule de l'écart relatif

Chapitre 0 - Ce qu'il faut savoir-faire :

- Savoir déterminer l'unité dérivée d'une grandeur à l'aide d'une formule littérale.
- Savoir vérifier l'homogénéité d'une formule
- Savoir utiliser les puissances de 10, arrondir un nombre
- Savoir compter les chiffres significatifs d'une mesure
- Savoir adapter le nombre de CS du résultat d'un calcul.
- Savoir rédiger un calcul.
- Savoir isoler une grandeur dans une formule.