| NOM : | TABLE : | CLASSE : |
|---|---|---|

# TP 17 : Correction de la partie théorique

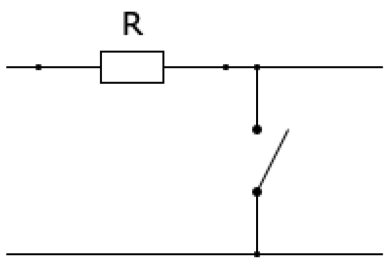
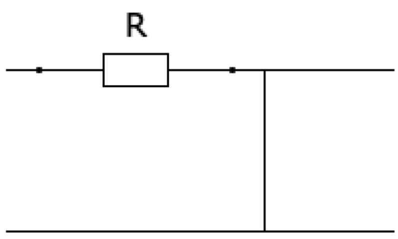
## I. Étude théorique des systèmes linéaires :

### A. Nature des filtres :

1.

| | Bobine idéale | Condensateur | Conducteur ohmique | Barème |
|---|---|---|---|---|
| Impédance complexe | $\underline{Z_L} = jL\omega$ | $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$ | $\underline{Z_R} = R$ | |
| Module de l'impédance | $\left\lvert\underline{Z_L}\right\rvert = L\omega$ | $\left\lvert\underline{Z_C}\right\rvert = \frac{1}{C\omega}$ | $\left\lvert\underline{Z_R}\right\rvert = R$ | |
| Comportement à hautes fréquences | $\lim\limits_{\omega\to\infty}\left\lvert\underline{Z_L}\right\rvert = +\infty$ | $\lim\limits_{\omega\to\infty}\left\lvert\underline{Z_C}\right\rvert = \frac{1}{C\times\infty} = 0$ | $R$ | |
| Comportement à basses fréquences | $\lim\limits_{\omega\to 0}\left\lvert\underline{Z_L}\right\rvert = L\times 0 = 0$ | $\lim\limits_{\omega\to 0}\left\lvert\underline{Z_C}\right\rvert = \frac{1}{C\times 0} = +\infty$ | $R$ | / 1 |
| Modèle équivalent à hautes fréquences | Interrupteur ouvert | Fil | $R$ | |
| Modèle équivalent à basses fréquences | Fil | Interrupteur ouvert | $R$ | |

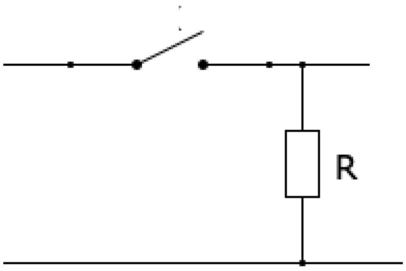
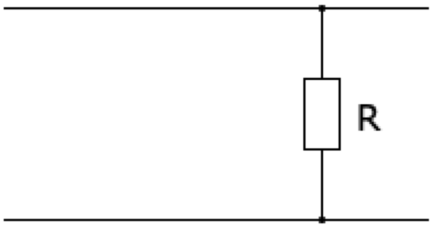
2.
**Système A :**

| | Schéma du système | Étude de la valeur du signal de sortie | Conclusion |
|---|---|---|---|
| Comportement à basses fréquences |   | $\boldsymbol{u_C \neq 0\ V}$ | **Le système laisse passer les basses fréquences.** |
| Comportement à hautes fréquences |   | $\boldsymbol{u_C = 0\ V}$ | **Le système coupe les hautes fréquences.** |

**Le système A est un filtre passe-bas**.

Barème : / 1

❖ **Système B :**

| | Schéma du système | Étude de la valeur du signal de sortie | Conclusion |
|---|---|---|---|
| Comportement à basses fréquences |   | $\boldsymbol{u_R = 0\,V}$ | **Le système coupe les basses fréquences.** |
| Comportement à hautes fréquences |   | $\boldsymbol{u_R \neq 0\,V}$ | **Le système laisse passer les hautes fréquences.** |

**Le système B est un filtre passe-haut**.

/ 1

B. <u>Obtention des expressions théoriques :</u>

❖ **Système A :**

3. Détermination de la transmittance isochrone complexe du système :

On utilise la relation du pont diviseur de tension :

$$\underline{u_c} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}} \times \underline{e}$$

On divise par $\underline{e}$ pour obtenir :

$$\frac{\underline{u_c}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}}$$

Or $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$ et $\underline{Z_R} = R$ :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$

On multiplie en haut et en bas par $jC\omega$ :

$$\boldsymbol{\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}}$$

/ 2

4. Le système est d'ordre **1** car la plus haute puissance en $\omega$ est ici $\boldsymbol{\omega^1}$. / 1

| | |
|---|---|
| 5. La forme canonique de $\underline{H}(j\omega)$ est : $$\underline{H}(j\omega) = \frac{\boldsymbol{H_0}}{\boldsymbol{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}}$$ Le système se comporte donc comme un **passe-bas**. | / 1 |
| 6. Par identification, on a : $$\boldsymbol{H_0 = 1} \text{ et } \boldsymbol{\omega_C = \frac{1}{RC}}$$ | / 2 |
| 7. Expression littérale de $f_C$: $$f_C = \frac{\omega_C}{2\pi} = \boldsymbol{\frac{1}{2\pi RC}}$$ | / 1 |
| 8. Expression littérale du gain $G_{dB}$ en fonction de $\omega$ : $$\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \left\|\frac{H_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_C}}\right\| = \frac{\|H_0\|}{\left\|1 + \frac{j\omega}{\omega_C}\right\|} = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}} \; car \; H_0 > 0$$ Donc : $$\boldsymbol{G_{dB} = 20\log\frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}}$$ | / 2 |
| 9. Expression littérale du gain $G_{dB}$ en fonction de $f$ : $$\frac{\omega}{\omega_C} = \frac{2\pi f}{2\pi f_C} = \frac{f}{f_C} \; donc \; G_{dB}(f) = 20 \times \log \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_C}\right)^2}}$$ | / 1 |
| ❖ **Système B :** | |
| 10. Détermination de la transmittance isochrone complexe du système : On utilise la relation du pont diviseur de tension : $$\underline{u_R} = \frac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}} \times \underline{e}$$ On divise par $\underline{e}$ pour obtenir : $$\frac{\underline{u_R}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}}$$ $$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}}$$ Or $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$ et $\underline{Z_R} = R$ : $$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$ On multiplie en haut et en bas par $jC\omega$ : $$\boldsymbol{\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}}$$ | / 2 |

| | |
|---|---|
| 11. Le système est d'ordre **1** car la plus haute puissance en $\omega$ est ici $\boldsymbol{\omega^1}$. | / 1 |
| 12. La forme canonique de $\underline{H}(j\omega)$ est : $$\underline{H}(j\omega) = \frac{\boldsymbol{H_0 j \frac{\omega}{\omega_C}}}{\boldsymbol{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}}$$ Le système se comporte donc comme un **passe-haut**. | / 1 |
| 13. Par identification, on a : $$\boldsymbol{H_0 = 1} \text{ et } \boldsymbol{\omega_C = \frac{1}{RC}}$$ | / 2 |
| 14. Expression littérale de $f_C$: $$f_C = \frac{\omega_C}{2\pi} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{2\pi RC}}$$ | / 1 |
| 15. Expression littérale du gain $G_{dB}$ en fonction de $\omega$ : $$\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \left\|\frac{H_0 j\frac{\omega}{\omega_C}}{1+\frac{j\omega}{\omega_C}}\right\| = \frac{\left\|H_0 j\frac{\omega}{\omega_C}\right\|}{\left\|1+\frac{j\omega}{\omega_C}\right\|} = \frac{H_0\frac{\omega}{\omega_C}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}\ car\ H_0 > 0;\ \omega > 0\ et\ \omega_C > 0$$ Donc : $$\boldsymbol{G_{dB} = 20\log\frac{H_0\frac{\omega}{\omega_C}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}}$$ | / 2 |
| 16. Expression littérale du gain $G_{dB}$ en fonction de $f$ : $$\frac{\omega}{\omega_C} = \frac{2\pi f}{2\pi f_C} = \frac{f}{f_C}\ donc\ G_{dB}(f) = \mathbf{20} \times \mathbf{log}\ \frac{\boldsymbol{H_0\frac{f}{f_C}}}{\sqrt{\boldsymbol{1+\left(\frac{f}{f_C}\right)^2}}}$$ | / 1 |
| TOTAL /23 | |