Auto-évaluation de l'exercice 03 du TD C08

Réponse	Barème
Question 1 : La forme canonique correspondant à l'équation différentielle du système, faisant intervenir la pulsation de coupure ω_C, est : $$\frac{ds}{dt} + \omega_C \times s = H_0 \times \frac{de}{dt}$$	/ 1
Question 2 : $$\frac{d\underline{s}}{dt} + \omega_C \times \underline{s} = H_0 \times \frac{d\underline{e}}{dt} \Leftrightarrow j\omega \times \underline{s} + \omega_C \times \underline{s} = H_0 \times j\omega \times \underline{e}$$ $$\underline{s}(j\omega + \omega_C) = H_0 \times j\omega \times \underline{e}$$ $$\underline{s} = \frac{H_0 \times j\omega \times \underline{e}}{\omega_C + j\omega}$$ On divise le numérateur et le dénominateur par ω_C : $$\underline{s} = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_C} \times \underline{e}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}$$ $$\frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{H_0 j\frac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}$$ $$\boldsymbol{\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 j\frac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}}$$	/ 4
Question 3 : Expression de $\left\|\underline{H}(j\omega)\right\|$: $$\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \left\|\frac{H_0 j\frac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}\right\| = \frac{\left\|0 + jH_0\frac{\omega}{\omega_C}\right\|}{\left\|1 + j\frac{\omega}{\omega_C}\right\|} = \frac{\sqrt{0^2 + \left(H_0\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}} = \frac{\|H_0\|\frac{\omega}{\omega_C}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$	/ 2
Question 4 : Si ω tend vers 0 : $$\lim_{\omega \to 0}\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \frac{\|H_0\| \times 0}{\sqrt{1 + 0^2}} = 0$$ Le système est donc atténuateur à basses fréquences.	/ 1
Question 5 : Si ω tend vers $+\infty$: $$\lim_{\omega \to +\infty}\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| \sim \frac{\|H_0\|\frac{\omega}{\omega_C}}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}} \sim \frac{\|H_0\|\frac{\omega}{\omega_C}}{\frac{\omega}{\omega_C}} \sim \|H_0\|$$ Si $\|H_0\| = 1$, le système est passeur à hautes fréquences.	/ 1
Question 6 : On retrouve le comportement passe-haut du système grâce à cette étude de limites de la fonction $\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \frac{U_m}{E}$.	/ 1
TOTAL	/ 10

Auto-évaluation de l'exercice 04 du TD C08

Réponse	Barème
<u>Pour rappel (non demandé dans l'exercice) :</u> La loi des mailles donne : $$u_R + u_C + u_L = e(t)$$ $$Ri + u_C + L\frac{di}{dt} = e(t) \qquad (1)$$ Or, $i = C\frac{du_C}{dt}$. Donc $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C\frac{du_C}{dt}\right) = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$ car C est une constante. On remplace dans l'équation (1): $$RC\frac{du_C}{dt} + u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = e(t) \qquad (1)$$ On normalise l'équation différentielle, c'est-à-dire que le terme de plus haute dérivée doit avoir un coefficient égale à 1. On divise l'équation (1) de chaque côté par LC : $$\frac{RC\frac{du_C}{dt} + u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}}{LC} = \frac{e(t)}{LC}$$ $$\frac{LC\frac{d^2u_C}{dt^2}}{LC} + \frac{RC\frac{du_C}{dt}}{LC} + \frac{u_C}{LC} = \frac{e(t)}{LC}$$ $$\boldsymbol{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = \frac{e(t)}{LC}}$$	
<u>Question 1 :</u> Le système est d'ordre 2 car le plus haut degré de dérivée du signal de sortie est 2 ($\frac{d^2u_C}{dt^2}$).	/ 1
<u>Question 2 :</u> La forme canonique correspondant à l'équation démontrée est : $$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$$ Ce système se comporte comme un passe-bas.	/ 1 / 0,5
<u>Question 3 :</u> $$\frac{d^2\underline{s}}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{d\underline{s}}{dt} + \omega_0^2\underline{s} = H_0 \times \omega_0^2 \times \underline{e}$$ $$-\omega^2 \times \underline{s} + \underline{s} \times j\omega\frac{\omega_0}{Q} + \underline{s} \times \omega_0^2 = H_0\omega_0^2 \times \underline{e}$$ $$\underline{s}(-\omega^2 + j\omega\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2) = H_0\omega_0^2 \times \underline{e}$$ $$\underline{s} = H_0\frac{\omega_0^2 \times \underline{e}}{-\omega^2 + j\omega\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$	

On divise le numérateur et le dénominateur par ω_0^2 : $\underline{s} = H_0 \dfrac{\underline{e}}{-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0} + 1}$ Il est préférable alors de trier partie réelle et imaginaire du dénominateur : $\dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{H_0}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}$ $\boldsymbol{\underline{H}(j\omega) = \dfrac{H_0}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}}$	/ 4
Question 4 : Expression littérale de $\left\|\underline{H}(j\omega)\right\|$: $\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \left\|\dfrac{H_0}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}\right\| = \dfrac{\|H_0\|}{\left\|1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}\right\|} = \dfrac{\boldsymbol{\|H_0\|}}{\sqrt{\left(\boldsymbol{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right)^2 + \left(\boldsymbol{\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}\right)^2}}$	/ 2
Question 5 : Si ω tend vers 0 : $\lim\limits_{\omega \to 0} \left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \dfrac{\|H_0\|}{\sqrt{1}} = \|H_0\|$ Si $\|H_0\| = 1$, le système est passeur à basses fréquences.	/ 1
Question 6 : Si ω tend vers $+\infty$: $\lim\limits_{\omega \to +\infty} \left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = 0$ Le système est atténuateur à hautes fréquences.	/ 1
Question 7 : On retrouve le comportement passe-bas du système grâce à cette étude de limites de la fonction $\left\|\underline{H}(j\omega)\right\| = \frac{U_m}{E}$.	/ 1
Question 8 : On observe le phénomène de résonance si le facteur de qualité $Q > 0{,}707$.	/ 1
Question 9 : Calcul de la valeur du facteur de qualité : $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} = \dfrac{1}{100}\sqrt{\dfrac{1{,}00}{10 \times 10^{-9}}} = 10 \times 10^2 > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ On va donc observer un phénomène de résonance : le signal de sortie aura une amplitude maximale pour une fréquence f_r du signal d'entrée.	/ 1,5 / 0,5
TOTAL	/ 14,5

Auto-évaluation de l'exercice 06 du TD C08

Réponse	Barème
Question 1 : La forme canonique correspondant à l'équation différentielle du système, faisant intervenir le facteur de qualité Q, est : $$\frac{d^2s}{dt^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt}+\omega_0^2 s=H_0\times\frac{\omega_0}{Q}\frac{de}{dt}$$	/ 1
Question 2 : $$\frac{d^2\underline{s}}{dt^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{d\underline{s}}{dt}+\omega_0^2\underline{s}=H_0\times\frac{\omega_0}{Q}\times\frac{d\underline{e}}{dt}\Leftrightarrow -\omega^2\times\underline{s}+\underline{s}\times j\omega\frac{\omega_0}{Q}+\underline{s}\times\omega_0^2=H_0\times\frac{\omega_0}{Q}\times j\omega\times\underline{e}$$ $$\underline{s}(-\omega^2+j\omega\frac{\omega_0}{Q}+\omega_0^2)=H_0\times\frac{\omega_0}{Q}\times j\omega\times\underline{e}$$ $$\underline{s}=\frac{H_0\times\frac{\omega_0}{Q}\times j\omega\times\underline{e}}{-\omega^2+j\omega\frac{\omega_0}{Q}+\omega_0^2}$$ On divise le numérateur et le dénominateur par ω_0^2 : $$\underline{s}=\frac{H_0\times j\frac{\omega}{Q\omega_0}\times\underline{e}}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}+1}$$ Il est préférable alors de trier partie réelle et imaginaire du dénominateur : $$\frac{\underline{s}}{\underline{e}}=\frac{H_0 j\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}}\quad donc\quad \boldsymbol{\underline{H}(j\omega)=\frac{H_0 j\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}}}$$	/ 4
Question 3 : Expression de $\lvert\underline{H}(j\omega)\rvert$: $$\lvert\underline{H}(j\omega)\rvert=\left\lvert\frac{H_0 j\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}}\right\rvert=\frac{\left\lvert H_0 j\frac{\omega}{Q\omega_0}\right\rvert}{\left\lvert 1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}\right\rvert}=\frac{\sqrt{0^2+\left(\frac{H_0\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}=\boldsymbol{\frac{\lvert H_0\rvert\frac{\omega}{Q\omega_0}}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}}$$	/ 2
Question 4 : Si ω tend vers 0 : $$\lim_{\omega\to 0}\lvert\underline{H}(j\omega)\rvert=\frac{\lvert H_0\rvert\times 0}{\sqrt{1}}=0$$ Le système est donc atténuateur à basses fréquences.	/ 1
Question 5 : Si ω tend vers $+\infty$: $$\lim_{\omega\to+\infty}\lvert\underline{H}(j\omega)\rvert\sim\frac{\lvert H_0\rvert\frac{\omega}{Q\omega_0}}{\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}=0$$ Le système est donc atténuateur à hautes fréquences.	/ 1
Question 6 : On retrouve le comportement passe-bande du système grâce à cette étude de limites de la fonction $\lvert\underline{H}(j\omega)\rvert=\frac{U_m}{E}$.	/ 1
TOTAL	/ 10