Auto-évaluation de l'exercice 8 du TD C06

Réponse	Barème
1. Ce système est du **premier ordre** car le plus haut degré de la dérivée du signal de sortie est 1.	/ 1
2.La forme canonique est $$\boldsymbol{\frac{ds}{dt}+\frac{s}{\tau}=H_0\times\frac{de}{dt}}$$	/ 1
3.La nature du filtrage réalisé par le système est **passe-haut.**	/ 1
4.Par identification, on détermine : $$\boldsymbol{\frac{ds}{dt}+\frac{s}{\tau}=H_0\times\frac{de}{dt}}$$ $$\frac{du_L}{dt}+\frac{R}{L}\times u_L=\frac{de}{dt}$$	/ 2
Il faut résoudre ce système de 3 équations : $$\frac{ds}{dt}=\frac{du_L}{dt}\ ;\ \frac{s}{\tau}=\frac{R}{L}\times u_L\ et\ \ H_0\ \times\ \frac{de}{dt}=\frac{de}{dt}$$ $$\frac{ds}{dt}=\frac{du_L}{dt}\quad donne\ \boldsymbol{s=u_L}$$ $$\frac{s}{\tau}=\frac{R}{L}\times u_L\ \Leftrightarrow\ \frac{1}{\tau}=\frac{R}{L}\Leftrightarrow\ \boldsymbol{\tau=\frac{L}{R}}$$ $$H_0\ \times\ \frac{de}{dt}=\frac{de}{dt}\ \Leftrightarrow \boldsymbol{H_0=1}$$	/ 3
5.Valeur de la constante de temps : $$\tau=\frac{L}{R}=\frac{1{,}00}{50{,}0\times10^3}=\boldsymbol{20{,}0\times10^{-6}\ s}$$	/ 1
Valeur de la fréquence de coupure du filtre : $$f_c=\frac{1}{2\pi\times\tau}=\frac{1}{2\pi\times20{,}0\times10^{-6}}=\boldsymbol{7{,}96\times10^3 Hz}$$	/ 1
La bande passante est donc $[\boldsymbol{7{,}96\times10^3 Hz}\ ;+\infty[$	/ 1
TOTAL	/11

Auto-évaluation de l'exercice 9 du TD C06

Réponse	Barème

1. D'après la loi des mailles (ou d'additivité des tensions) dans le circuit :

$$u_R + u_C + u_L = e(t)$$

/ 1

$$Ri + u_C + L\frac{di}{dt} = e(t) \qquad (1)$$

Or, $i = C\frac{du_C}{dt}$.

/ 1

Donc $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C\frac{du_C}{dt}\right) = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$ car C est une constante.

On remplace dans l'équation (1):

/ 1

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = e(t) \qquad (1)$$

On divise l'équation (1) de chaque côté par LC :

$$\frac{RC\frac{du_C}{dt} + u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}}{LC} = \frac{e(t)}{LC}$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = \frac{e(t)}{LC}}$$

/ 1

2. Ce système est donc du **second ordre** car le plus haut degré de la dérivée du signal de sortie est 2.

/ 1

3. La forme canonique est la suivante :

/ 1

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$$

4. Il s'agit d'un filtre **passe-bas** (d'ordre 2).

/ 1

5.Par identification, on a :

Équation différentielle démontrée	$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = \boxed{\frac{e(t)}{LC}}$
Forme canonique associée	$\frac{d^2s}{dt^2} + 2 \times m \times \omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 \times s = \boxed{H_0 \times \omega_0^2 \times e(t)}$

/ 1

On obtient donc un système de 4 équations à 4 inconnues ($s,\ \omega_0,\ m\ et\ H_0$) :

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2u_C}{dt^2} \quad et \quad 2 \times m \times \omega_0\frac{ds}{dt} = \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} \quad et \quad \omega_0^2 s = \frac{u_C}{LC} \quad et \quad \frac{e(t)}{LC} = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t)$$

/ 1

Il faut résoudre ce système de 4 équations en gardant en tête, que l'on cherche les expressions littérales des grandeurs canoniques ($\omega_0,\ m\ et\ H_0$) en fonction des paramètres du système étudié (ici, $R, L\ et\ C$).

Par identification avec la forme canonique, on obtient : - La première équation donne une information déjà connue : $$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2u_C}{dt^2} \Leftrightarrow \boldsymbol{s = u_C}$$ - On résout ensuite l'équation ne contenant qu'une seule inconnue : $$\omega_0^2 s = \frac{u_C}{LC} \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ - Pour l'amplification statique du système : $$\frac{e(t)}{LC} = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t) \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = H_0 \times \omega_0^2 \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = H_0 \times \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \boldsymbol{H_0 = 1}$$ - Pour le facteur d'amortissement du système : $$2 \times m \times \omega_0 \frac{ds}{dt} = \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} \Leftrightarrow 2 \times m \times \omega_0 = \frac{R}{L} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{L\omega_0} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{L \times \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ $$\Leftrightarrow 2m = \frac{R}{\left(\sqrt{L}\right)^2 \times \frac{1}{\sqrt{LC}}} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{\frac{\left(\sqrt{L}\right)^2}{\sqrt{L} \times \sqrt{C}}} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}}} \Leftrightarrow 2m = \frac{R\sqrt{C}}{\sqrt{L}} \Leftrightarrow \boldsymbol{m = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$	 / 1 / 1 / 1
TOTAL	/12

Auto-évaluation de l’exercice 12 du TD C06

<table>
<tr><th>Réponse</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td>

1. Le système réalise un filtrage de type **passe-haut** car :
    - le signal de sortie contient une discontinuité, donc des hautes fréquences : le système laisse passer les hautes fréquences.
    - la variation globale du signal de sortie est nulle, il ne contient donc pas de basses fréquences : le système coupe les hautes fréquences.

</td><td>/ 1
/ 1
/ 1</td></tr>
<tr><td>

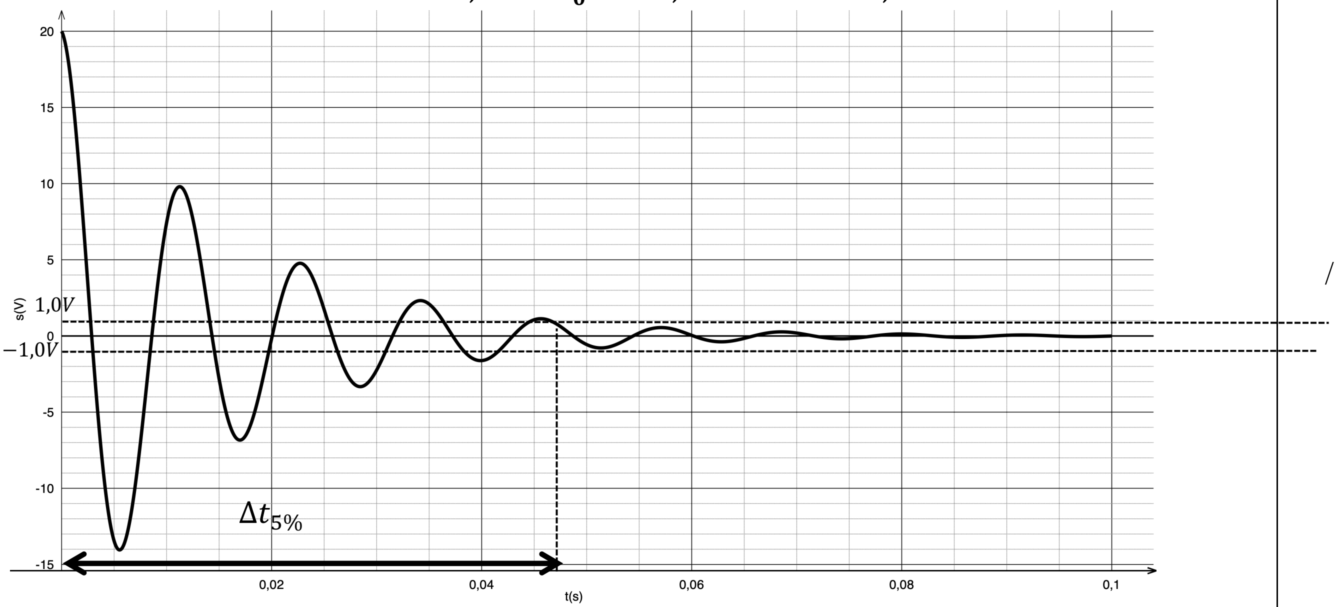
2. Le régime transitoire observé est **pseudo-périodique** : le coefficient d’amortissement est donc tel que $\boldsymbol{m < 1.}$

</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

3. Durée de réponse $\Delta t_{5\%}$:

$$\boldsymbol{0,05 \times s_0 = 0,05 \times 20 = 1,0\,V}$$
$$\boldsymbol{-0,05 \times s_0 = -0,05 \times 20 = -1,0\,V}$$

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><td>



</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

On lit :

$$\Delta t_{5\%} \approx \boldsymbol{0,047s}$$

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><td>

4. Mesure de la pseudo-période :

Ici la durée de 4 « pseudo-motifs » est de $\Delta t \approx 0{,}045s$.

$$T_P = \frac{0{,}045}{4} = \boldsymbol{0,011s}$$

</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

5. On a :

$$\Delta t_{5\%} = 0{,}047\ s \quad et \quad T_P \approx T_0 \approx 0{,}011s$$

On calcule alors :

$$\Delta t_{5\%} \times \omega_0 = 47 \times 10^{-3} \times \frac{2\pi}{0{,}011} = \boldsymbol{27}$$

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><td>

On lit sur le graphique l’antécédent de 27 remplissant la condition $\boldsymbol{m < 1}$:

$$m \approx 0{,}12$$

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><th>TOTAL</th><th>/13</th></tr>
</table>