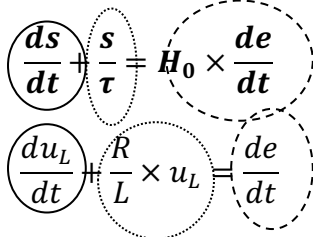


Réponse	Barème
1. Ce système est du premier ordre car le plus haut degré de la dérivée du signal de sortie est 1.	/ 1
2. La forme canonique est $\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = H_0 \times \frac{de}{dt}$	/ 1
3. La nature du filtrage réalisé par le système est passé-haut .	/ 1
4. Par identification, on détermine : 	/ 2
Il faut résoudre ce système de 3 équations : $\frac{ds}{dt} = \frac{du_L}{dt} ; \frac{s}{\tau} = \frac{R}{L} \times u_L \text{ et } H_0 \times \frac{de}{dt} = \frac{de}{dt}$	
$\frac{ds}{dt} = \frac{du_L}{dt} \text{ donne } s = u_L$	
$\frac{s}{\tau} = \frac{R}{L} \times u_L \Leftrightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L} \Leftrightarrow \tau = \frac{L}{R}$	/ 3
$H_0 \times \frac{de}{dt} = \frac{de}{dt} \Leftrightarrow H_0 = 1$	
5. Valeur de la constante de temps :	
$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1,00}{50,0 \times 10^3} = 20,0 \times 10^{-6} \text{ s}$	/ 1
Valeur de la fréquence de coupure du filtre :	
$f_c = \frac{1}{2\pi \times \tau} = \frac{1}{2\pi \times 20,0 \times 10^{-6}} = 7,96 \times 10^3 \text{ Hz}$	/ 1
La bande passante est donc $[7,96 \times 10^3 \text{ Hz} ; +\infty[$	/ 1
TOTAL	/11

Réponse	Barème				
<p>1. D'après la loi des mailles (ou d'additivité des tensions) dans le circuit :</p> $u_R + u_C + u_L = e(t)$ $Ri + u_C + L \frac{di}{dt} = e(t) \quad (1)$ <p>Or, $i = C \frac{du_C}{dt}$.</p> <p>Donc $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \frac{du_C}{dt} \right) = C \frac{d^2u_C}{dt^2}$ car C est une constante.</p> <p>On remplace dans l'équation (1):</p> $RC \frac{du_C}{dt} + u_C + LC \frac{d^2u_C}{dt^2} = e(t) \quad (1)$ <p>On divise l'équation (1) de chaque côté par LC :</p> $\frac{RC \frac{du_C}{dt} + u_C + LC \frac{d^2u_C}{dt^2}}{LC} = \frac{e(t)}{LC}$ $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = \frac{e(t)}{LC}$	<p>/ 1</p> <p>/ 1</p> <p>/ 1</p>				
<p>2. Ce système est donc du second ordre car le plus haut degré de la dérivée du signal de sortie est 2.</p>	/ 1				
<p>3. La forme canonique est la suivante :</p> $\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = H_0 \times \omega_0^2 \times e$	/ 1				
<p>4. Il s'agit d'un filtre passé-bas (d'ordre 2).</p>	/ 1				
<p>5. Par identification, on a :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 25%; padding: 5px;">Équation différentielle démontrée</td> <td style="text-align: center; padding: 10px;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 25%; padding: 5px;">Forme canonique associée</td> <td style="text-align: center; padding: 10px;"> $\frac{d^2s}{dt^2} + 2 \times m \times \omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 \times s = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t)$ </td> </tr> </table>	Équation différentielle démontrée		Forme canonique associée	$\frac{d^2s}{dt^2} + 2 \times m \times \omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 \times s = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t)$	/ 1
Équation différentielle démontrée					
Forme canonique associée	$\frac{d^2s}{dt^2} + 2 \times m \times \omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 \times s = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t)$				
<p>On obtient donc un système de 4 équations à 4 inconnues (s, ω_0, m et H_0) :</p> $\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2u_C}{dt^2} \quad \text{et} \quad 2 \times m \times \omega_0 \frac{ds}{dt} = \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} \quad \text{et} \quad \omega_0^2 s = \frac{u_C}{LC} \quad \text{et} \quad \frac{e(t)}{LC} = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t)$	/ 1				
<p>Il faut résoudre ce système de 4 équations en gardant en tête, que l'on cherche les expressions littérales des grandeurs canoniques (ω_0, m et H_0) en fonction des paramètres du système étudié (ici, R, L et C).</p>					

Par identification avec la forme canonique, on obtient :

- La première équation donne une information déjà connue :

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2u_C}{dt^2} \Leftrightarrow \mathbf{s = u_C}$$

- On résout ensuite l'équation ne contenant qu'une seule inconnue :

$$\omega_0^2 s = \frac{u_C}{LC} \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

/ 1

- Pour l'amplification statique du système :

$$\frac{e(t)}{LC} = H_0 \times \omega_0^2 \times e(t) \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = H_0 \times \omega_0^2 \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = H_0 \times \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \mathbf{H_0 = 1}$$

/ 1

- Pour le facteur d'amortissement du système :

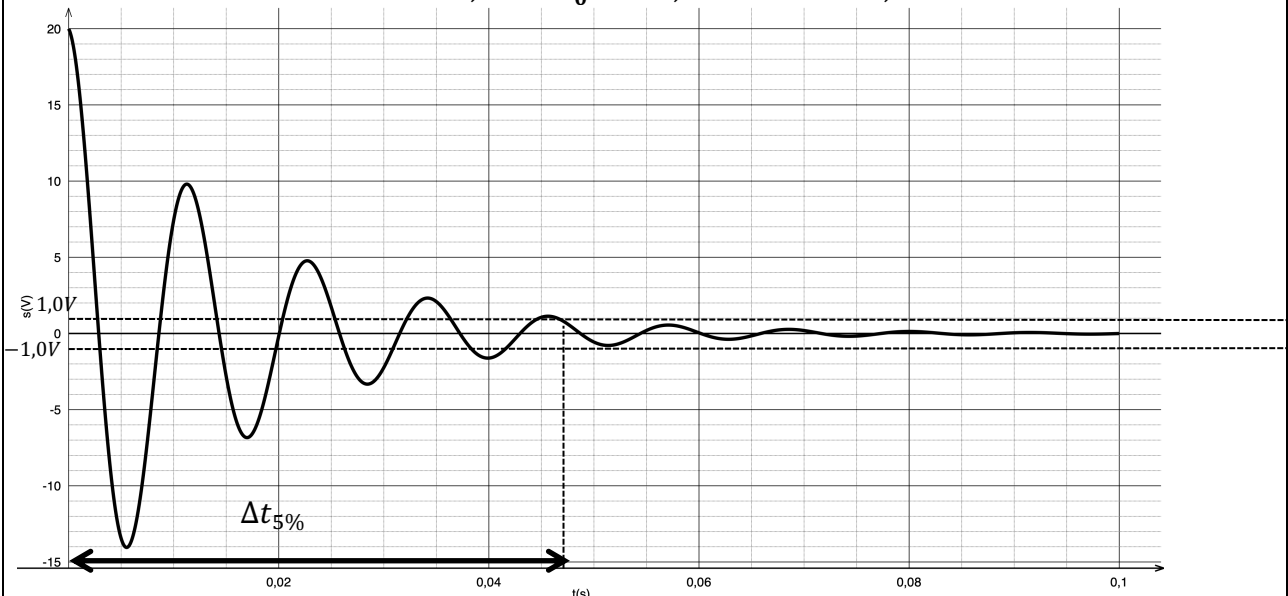
$$2 \times m \times \omega_0 \frac{ds}{dt} = \frac{R du_C}{L dt} \Leftrightarrow 2 \times m \times \omega_0 = \frac{R}{L} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{L\omega_0} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{L \times \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

$$\Leftrightarrow 2m = \frac{R}{(\sqrt{L})^2 \times \frac{1}{\sqrt{LC}}} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{\frac{(\sqrt{L})^2}{\sqrt{L} \times \sqrt{C}}} \Leftrightarrow 2m = \frac{R}{\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}}} \Leftrightarrow 2m = \frac{R\sqrt{C}}{\sqrt{L}} \Leftrightarrow \mathbf{m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

/ 1

TOTAL

/12

Réponse	Barème
<p>1. Le système réalise un filtrage de type passé-haut car :</p> <ul style="list-style-type: none"> le signal de sortie contient une discontinuité, donc des hautes fréquences : le système laisse passer les hautes fréquences. la variation globale du signal de sortie est nulle, il ne contient donc pas de basses fréquences : le système coupe les hautes fréquences. 	<p>/ 1 / 1 / 1</p>
<p>2. Le régime transitoire observé est pseudo-périodique : le coefficient d'amortissement est donc tel que $m < 1$.</p>	<p>/ 2</p>
<p>3. Durée de réponse $\Delta t_{5\%}$:</p> $0,05 \times s_0 = 0,05 \times 20 = 1,0 \text{ V}$ $-0,05 \times s_0 = -0,05 \times 20 = -1,0 \text{ V}$	<p>/ 1</p>
	<p>/ 2</p>
<p>On lit :</p> $\Delta t_{5\%} \approx 0,047 \text{ s}$	<p>/ 1</p>
<p>4. Mesure de la pseudo-période :</p> <p>Ici la durée de 4 « pseudo-motifs » est de $\Delta t \approx 0,045 \text{ s}$.</p> $T_P = \frac{0,045}{4} = 0,011 \text{ s}$	<p>/ 2</p>
<p>5. On a :</p> $\Delta t_{5\%} = 0,047 \text{ s} \text{ et } T_P \approx T_0 \approx 0,011 \text{ s}$ <p>On calcule alors :</p>	<p>/ 1</p>
$\Delta t_{5\%} \times \omega_0 = 47 \times 10^{-3} \times \frac{2\pi}{0,011} = 27$	<p>/ 1</p>
<p>On lit sur le graphique l'antécédent de 27 remplissant la condition $m < 1$:</p> $m \approx 0,12$	<p>/ 1</p>
<p>TOTAL</p>	<p>/13</p>