Correction de l'exercice 3 du TD du chapitre 04

1. Valeur efficace $U_{alt,eff}$ de la composante alternative de la tension $u(t)$:

$$U_{alt,eff} = \frac{U_m}{\sqrt{3}} = \frac{5{,}00}{\sqrt{3}} = 2{,}89\ V$$

2. Valeur efficace U_{eff} de la tension $u(t)$:

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_{alt,eff})^2} = \sqrt{5{,}00^2 + 2{,}89^2} = 5{,}77\ V$$

3. Valeurs efficaces des harmoniques :

Harmonique de rang n	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
Fréquence f_n (Hz)	500,0	1000	1500	2000	2500
Amplitude A_n (V)	3,18	1,59	1,06	0,796	0,637
Valeur efficace de l'harmonique de rang n (V)	$\frac{3{,}18}{\sqrt{2}} = 2{,}25$	$\frac{1{,}59}{\sqrt{2}} = 1{,}12$	$\frac{1{,}06}{\sqrt{2}} = 0{,}750$	$\frac{0{,}796}{\sqrt{2}} = 0{,}563$	$\frac{0{,}637}{\sqrt{2}} = 0{,}450$

4. La valeur efficace de l'harmonique est représentée en ordonnée sur un spectre obtenu à l'aide d'un oscilloscope.

5. Valeur efficace $U_{alt,eff}$ de la composante alternative de la tension $u(t)$ en prenant en compte les harmoniques jusqu'au rang $n = 5$ inclus :

$$U_{eff,alt} = \sqrt{U_{1,eff}{}^2 + U_{2,eff}{}^2 + U_{3,eff}{}^2 + U_{4,eff}{}^2 + U_{5,eff}{}^2}$$

$$U_{eff,alt} = \sqrt{2{,}25^2 + 1{,}12^2 + 0{,}750^2 + 0{,}563^2 + 0{,}450^2} = 2{,}72\ V$$

6. Valeur efficace U_{eff} de la tension $u(t)$ en prenant en compte les harmoniques jusqu'au rang $n = 5$ inclus :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + U_{1,eff}{}^2 + U_{2,eff}{}^2 + U_{3,eff}{}^2 + U_{4,eff}{}^2 + U_{5,eff}{}^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{5{,}00^2 + 2{,}25^2 + 1{,}12^2 + 0{,}750^2 + 0{,}563^2 + 0{,}450^2} = 5{,}69\ V$$

7. U_{eff} se mesure avec un voltmètre en mode ACDC.
8. $U_{alt,eff} = 2{,}89\ V$ pour l'ensemble du signal et $U_{eff,alt} = 2{,}72\ V$ si on prend seulement en compte les 5 premiers harmoniques. Il aurait fallu prendre davantage d'harmoniques en compte pour retrouver $2{,}89\ V$.

$$\frac{2{,}72}{2{,}89} = 94{,}1\ \%$$

Les harmoniques jusqu'au rang $n = 5$ portent 94,1 % de la valeur efficace du signal (et donc de la puissance).

9. Taux de distorsion, noté D, de la tension $u(t)$ en prenant en compte les harmoniques jusqu'au rang $n = 5$ inclus :

$$D = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + A_5^2}}{A_1} = \frac{\sqrt{1{,}59^2 + 1{,}06^2 + 0{,}796^2 + 0{,}637^2}}{3{,}18} = 68{,}1\ \%$$

Correction de l'exercice 4 du TD du chapitre 04

1. Expression numérique de la puissance instantanée reçue par le dipôle $P(t)$:

$$P(t) = \frac{u(t)^2}{R} = \frac{(5{,}0 + \ 10{,}0\cos(\ 2000\pi t))^2}{1{,}00}$$

2. Calculs de $P(t = 0s)$ et $P(t = 0{,}25ms)$:

$$P(t = 0s) = \frac{(5{,}0 + \ 10{,}0\cos(\ 2000\pi \times 0))^2}{1{,}00} = \mathbf{225\ W}$$

$$P(t = 0{,}25ms) = \frac{(5{,}0 + \ 10{,}0\cos(\ 2000\pi \times 0{,}25 \times 10^{-3}))^2}{1{,}00} = \mathbf{25{,}0\ W}$$

3. Valeur efficace, notée U_{eff}, de ce signal :

$$U_{eff} \ = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_{alt,eff}\,)^2} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \left(\frac{U_m}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{5{,}0^2 + \left(\frac{10{,}0}{\sqrt{2}}\right)^2} = \mathbf{8{,}7\ V}$$

4. Puissance active reçue par le conducteur ohmique :

$$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R} = \frac{8{,}7^2}{1{,}00} = \mathbf{76\ W}$$

5. Variation d'énergie reçue durant $\Delta t = 10{,}0\ min$ par le système :

$$\Delta E = P \times \Delta t = 76 \times 10{,}0 \times 60 = \mathbf{46\ kJ}$$

6. Le conducteur ohmique reçoit de l'énergie électrique et la transforme en énergie thermique (effet Joule).

Auto-évaluation de l'exercice 5 du TD C04

Réponse	Barème
1. Le signal étant triangulaire, on a : $$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_{alt,eff})^2} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \left(\frac{U_m}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{3{,}00^2 + \left(\frac{3{,}00}{\sqrt{3}}\right)^2} = \mathbf{3{,}46\ V}$$	/ 2
2. Puissance active reçue par le conducteur ohmique : $$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R} = \frac{3{,}46^2}{1{,}00} = \mathbf{12{,}0\ W}$$	/ 2
3. Puissance reçue, grâce à la composante continue du signal, notée P_0 : $$\boldsymbol{P_0 = \frac{\langle u\rangle^2}{R}}$$ $$P_0 = \frac{3{,}00^2}{1{,}00} = \mathbf{9{,}00\ W}$$	/ 2
4. Puissance moyenne reçue, grâce à chacun des harmoniques suivants : On utilise la formule $\langle P_n(t)\rangle = \frac{A_n^2}{2R}$ car le spectre a pour ordonnée l'amplitude des harmoniques. $$\langle P_1(t)\rangle = \frac{2{,}432^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{2{,}96\ W}$$ $$\langle P_2(t)\rangle = \frac{0^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0\ W}$$ $$\langle P_3(t)\rangle = \frac{0{,}2702^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0{,}0365\ W}$$ $$\langle P_4(t)\rangle = \frac{0^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0\ W}$$ $$\langle P_5(t)\rangle = \frac{0{,}09727^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0{,}00473\ W}$$ $$\langle P_6(t)\rangle = \frac{0^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0\ W}$$ $$\langle P_7(t)\rangle = \frac{0{,}04963^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0{,}00123\ W}$$ $$\langle P_8(t)\rangle = \frac{0^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0\ W}$$ $$\langle P_9(t)\rangle = \frac{0{,}03002^2}{2\times 1{,}00} = \mathbf{0{,}000451\ W}$$	/ 9
5. Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des 9 premiers harmoniques : $$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{9}\langle P_n(t)\rangle}{\langle P(t)\rangle} = \frac{9{,}00 + 2{,}96 + 0{,}0365 + 0{,}00473 + 0{,}00123 + 0{,}000451}{12{,}0} = \mathbf{100}\ \%$$ Pour des questions d'arrondis et de précision des mesures, on trouve ici un résultat « étonnant ».	/ 2
TOTAL	/17

Auto-évaluation de l'exercice 6 du TD C04

Réponse	Barème
1. Le signal étant carré, on a : $$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_{alt,eff})^2} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_m)^2} = \sqrt{2{,}00^2 + (5{,}00)^2} = \boldsymbol{5,39\ V}$$	/ 2
2. Puissance active reçue par le conducteur ohmique : $$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R} = \frac{5{,}39^2}{1{,}00} = \boldsymbol{29,0\ W}$$	/ 2
3. Puissance reçue, grâce à la composante continue du signal, notée P_0 : $$\boldsymbol{P_0 = \frac{\langle u\rangle^2}{R}}$$ $$P_0 = \frac{2{,}00^2}{1{,}00} = \boldsymbol{4,00\ W}$$	/ 2
4. Puissance moyenne reçue, grâce à chacun des harmoniques suivants : On utilise la formule $\langle P_n(t)\rangle = \frac{(U_{n,eff})^2}{R}$ car le spectre a pour ordonnée la valeur efficace des harmoniques. $$\langle P_1(t)\rangle = \frac{4{,}501^2}{1{,}00} = \boldsymbol{20,3\ W}$$ $$\langle P_2(t)\rangle = \frac{0^2}{1{,}00} = \boldsymbol{0\ W}$$ $$\langle P_3(t)\rangle = \frac{1{,}500^2}{1{,}00} = \boldsymbol{2,25\ W}$$ $$\langle P_4(t)\rangle = \frac{0^2}{1{,}00} = \boldsymbol{0\ W}$$ $$\langle P_5(t)\rangle = \frac{0{,}9001^2}{1{,}00} = \boldsymbol{0,810\ W}$$	/ 5
5. Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des 5 premiers harmoniques : $$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{5}\langle P_n(t)\rangle}{\langle P(t)\rangle} = \frac{4{,}00 + 20{,}3 + 2{,}25 + 0{,}810}{29{,}0} = \boldsymbol{94,3}\ \%$$	/ 2
TOTAL	/11

Auto-évaluation de l'exercice 7 du TD C04

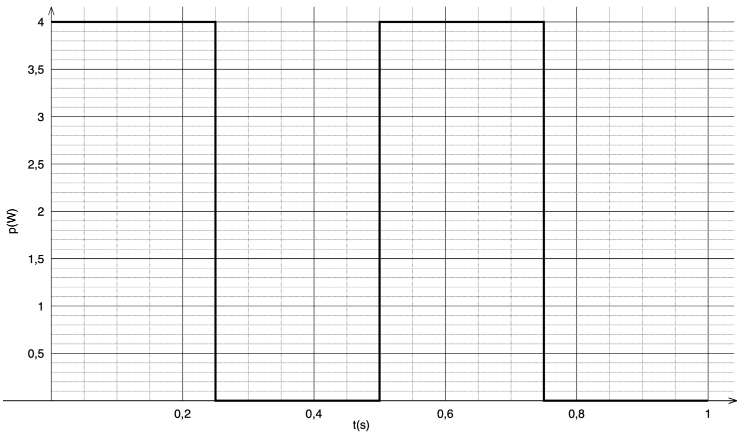
<table>
<tr><th>Réponse</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td>

1. Calcul de la puissance instantanée reçue par le dipôle $P(t)$:

$$P(t = 0{,}2s) = \frac{u(t = 0{,}2s)^2}{R} = \frac{2{,}0^2}{1{,}00} = 4{,}0\ W$$
$$P(t = 0{,}4s) = \frac{u(t = 0{,}4s)^2}{R} = \frac{0^2}{1{,}00} = 0\ W$$

</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

2. Tracé de l'allure de la puissance instantanée :



$$\langle P(t) \rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} = \frac{4{,}0 + 0}{2} = \mathbf{2{,}0\ W}$$

</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

3. Le signal étant carré, on a :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + (U_{alt,eff})^2} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + (U_m)^2} = \sqrt{1{,}0^2 + 1{,}0^2} = \mathbf{1{,}4\ V}$$

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><td>

La puissance active reçue par le conducteur ohmique est :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R} = \frac{1{,}4^2}{1{,}00} = \mathbf{2{,}0\ W}$$

Les deux résultats sont identiques.

</td><td>/1</td></tr>
<tr><td>

4. Puissance reçue, grâce à la composante continue du signal, notée P_0 :

$$\boldsymbol{P_0 = \frac{\langle u \rangle^2}{R}}$$
$$P_0 = \frac{1{,}0^2}{1{,}00} = \mathbf{1{,}0\ W}$$

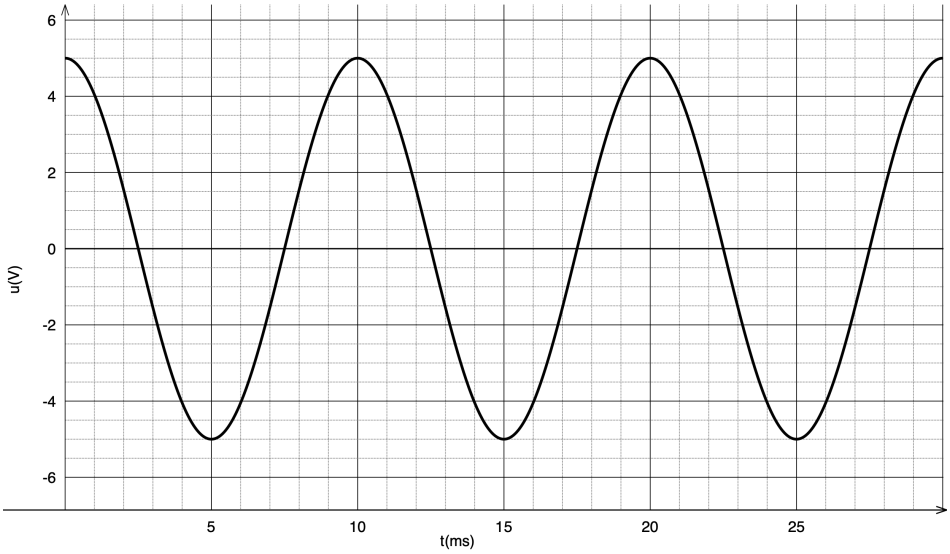
</td><td>/1</td></tr>
</table>

5. Puissance moyenne reçue, grâce à l'harmonique de rang $n = 1$: On utilise la formule $\langle P_n(t)\rangle = \frac{A_n^2}{2R}$ car le spectre a pour ordonnée l'amplitude des harmoniques. $$\langle P_1(t)\rangle = \frac{1{,}273^2}{2 \times 1{,}00} = \mathbf{0{,}810\ W}$$	/2
6. Puissance moyenne reçue, grâce à l'harmonique de rang $n = 3$: $$\langle P_3(t)\rangle = \frac{0{,}4244^2}{2 \times 1{,}00} = \mathbf{0{,}0901\ W}$$	/2
7. Puissance moyenne reçue, grâce à l'harmonique de rang $n = 5$: $$\langle P_5(t)\rangle = \frac{0{,}2546^2}{2 \times 1{,}00} = \mathbf{0{,}0324\ W}$$	/2
8. Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des 5 premiers harmoniques : $$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{5}\langle P_n(t)\rangle}{\langle P(t)\rangle} = \frac{1{,}0 + 0{,}810 + 0{,}0901 + 0{,}0324}{2{,}0} = \mathbf{97}\ \%$$	/2
TOTAL	/15

Auto-évaluation de l’exercice 8 du TD C04

<table>
<tr><th>Réponse</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td>

1. Soit le signal non redressé :



On a :

$$U_{\ eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \times A'_{totale}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Pour le signal étudié dans l’énoncé, on note :

$$U_{\ eff,red} = \sqrt{\frac{1}{T} \times A'_{totale,red}}$$

Il semble évident que $A'_{totale,red} = \frac{A'_{totale}}{2}$. On remplace dans $U_{\ eff,red}$:

$$U_{\ eff,red} = \sqrt{\frac{1}{T} \times \frac{A'_{totale}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{1}{T} \times A'_{totale}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times U_{\ eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{2}$$

On calcule :

$$U_{\ eff,red} = \frac{U_m}{2} = \frac{5,0}{2} = 2,5\ V$$

</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

2. La puissance active reçue par le conducteur ohmique est :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R} = \frac{2,5^2}{1,00} = \mathbf{6,3\ W}$$

</td><td>/ 2</td></tr>
<tr><td>

3. Puissance reçue, grâce à la valeur moyenne du signal, notée P_0 :

$$\boldsymbol{P_0 = \frac{\langle u \rangle^2}{R}}\ \ \boldsymbol{avec}\ \langle u(t) \rangle = \frac{U_{max}}{\pi} = \frac{5,0}{\pi} = 1,6\ V$$

$$P_0 = \frac{1,6^2}{1,00} = \mathbf{2,5\ W}$$

</td><td>/ 2</td></tr>
</table>

4. Puissance moyenne reçue, grâce à l'harmonique de rang $n = 1$: On utilise la formule $\langle P_n(t) \rangle = \frac{A_n^2}{2R}$ car on peut calculer les amplitudes des harmoniques. $$A_1 = \frac{U_{max}}{2} = \frac{5{,}0}{2} = 2{,}5\ V$$ $$\langle P_1(t) \rangle = \frac{2{,}5^2}{2 \times 1{,}00} = \mathbf{3{,}1\ W}$$	/2
Puissance moyenne reçue, grâce à l'harmonique de rang $n = 2$: $$A_2 = \frac{2U_{max}}{(1 - 4 \times 1^2)\pi} = \frac{2 \times 5{,}0}{-3\pi} = -1{,}1\ V$$ $$\langle P_3(t) \rangle = \frac{1{,}1^2}{2 \times 1{,}00} = \mathbf{0{,}61\ W}$$	/2
Puissance moyenne reçue, grâce à l'harmonique de rang $n = 3$: $$A_3 = 0\ V$$ $$\langle P_3(t) \rangle = \frac{0^2}{2 \times 1{,}00} = \mathbf{0\ W}$$	/1
5. Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des 3 premiers harmoniques : $$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{3} \langle P_n(t) \rangle}{\langle P(t) \rangle} = \frac{2{,}5 + 3{,}1 + 0{,}61 + 0}{9{,}0} = \mathbf{69}\ \%$$	/2
TOTAL	/13